

# HYDROMECHANICKÉ PROCESY

## Dělení heterogenních směsí pomocí gravitace

(přednáška)

Prof. Ing. Tomáš Jirout, Ph.D.

(e-mail: [Tomas.Jirout@fs.cvut.cz](mailto:Tomas.Jirout@fs.cvut.cz), tel.: 2 2435 2681)

# DĚLENÍ HETEROGENNÍCH SMĚSÍ PŮSOBENÍM GRAVITACE

## Heterogenní systémy

<i>Heterogenní systém</i>	<i>Kontinuální fáze</i>	<i>Skupenství částic</i>
suspenze	kapalina	pevná látka
emulze	kapalina	kapalina
pěna, probublávaná kapalina	kapalina	plyn
prach, dým	plyn	pevná látka
mlha	plyn	kapalina

## *Odpor prostředí – odporová síla $F$*

- *třecí odpor* – způsobený vazkým třením tekutiny o povrch tělesa
- *tvarový odpor* – výsledná síla dynamického tlaku působícího na povrch tělesa

$$F = C_D S_p \frac{u^2}{2} \rho$$

# Odpor při obtékání kulové částice

**Stokesova oblast**

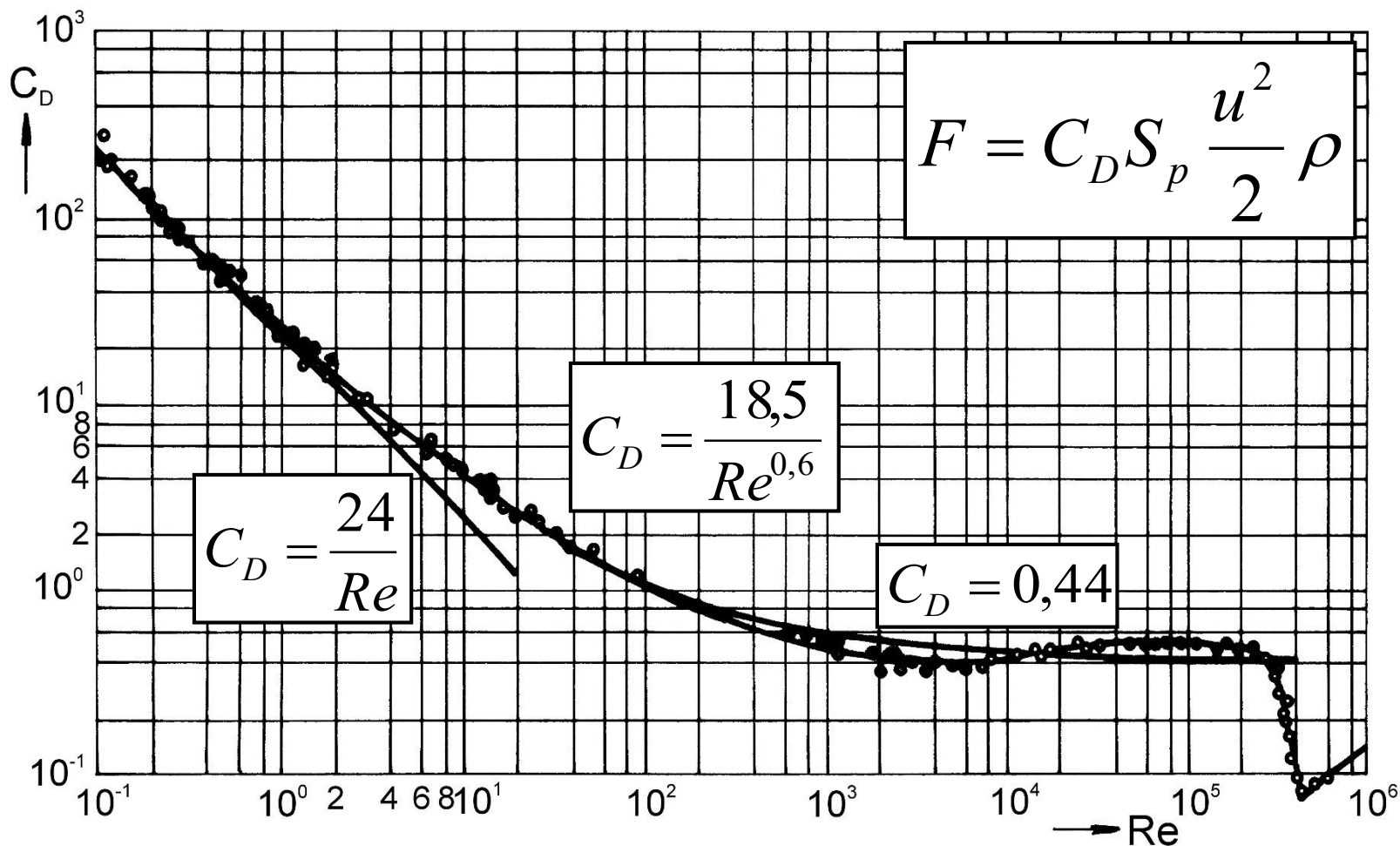
$$Re \leq 2$$

**přechodová oblast**

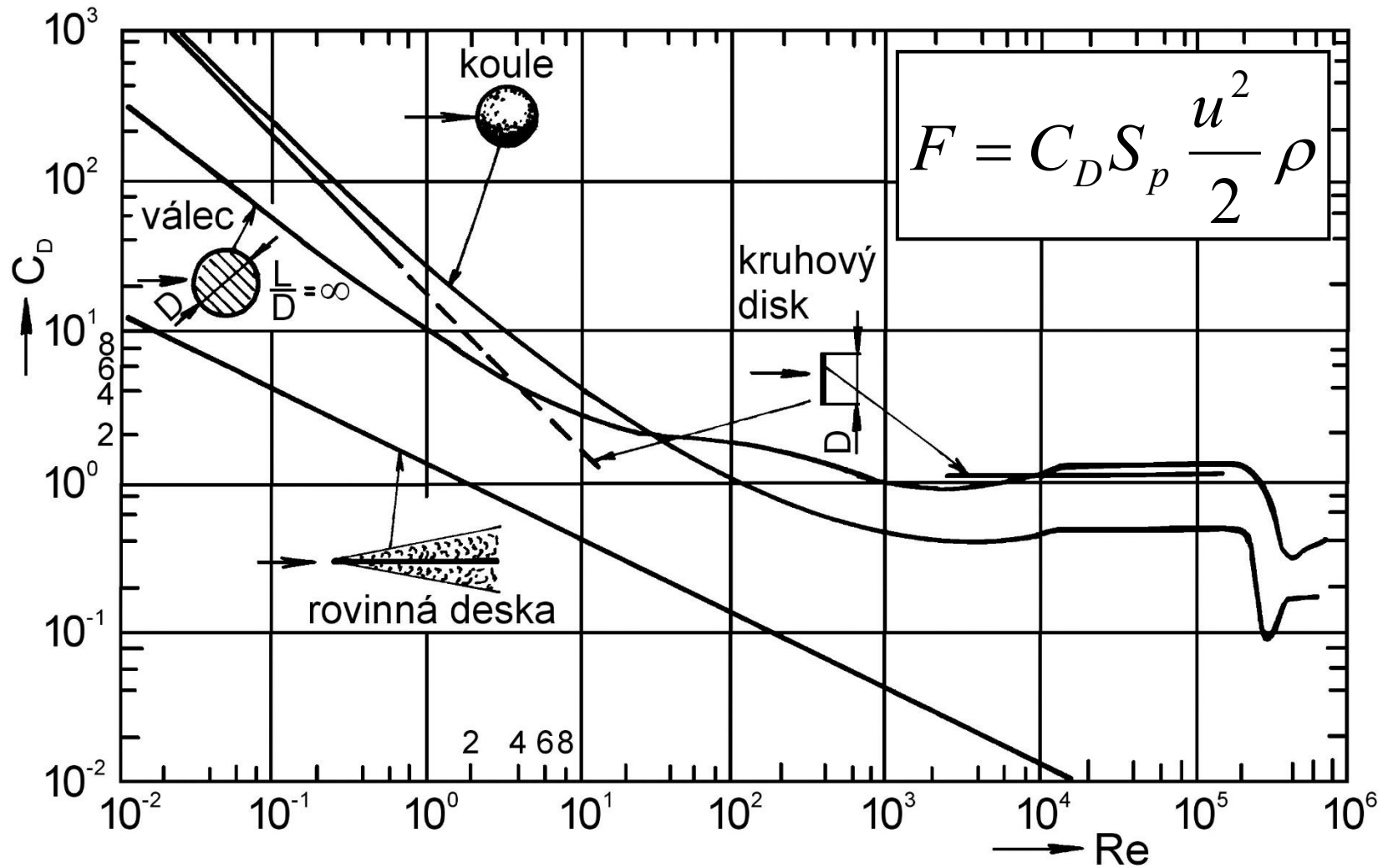
$$2 < Re < 500$$

**Newtonova oblast**

$$500 < Re < 3 \cdot 10^5$$

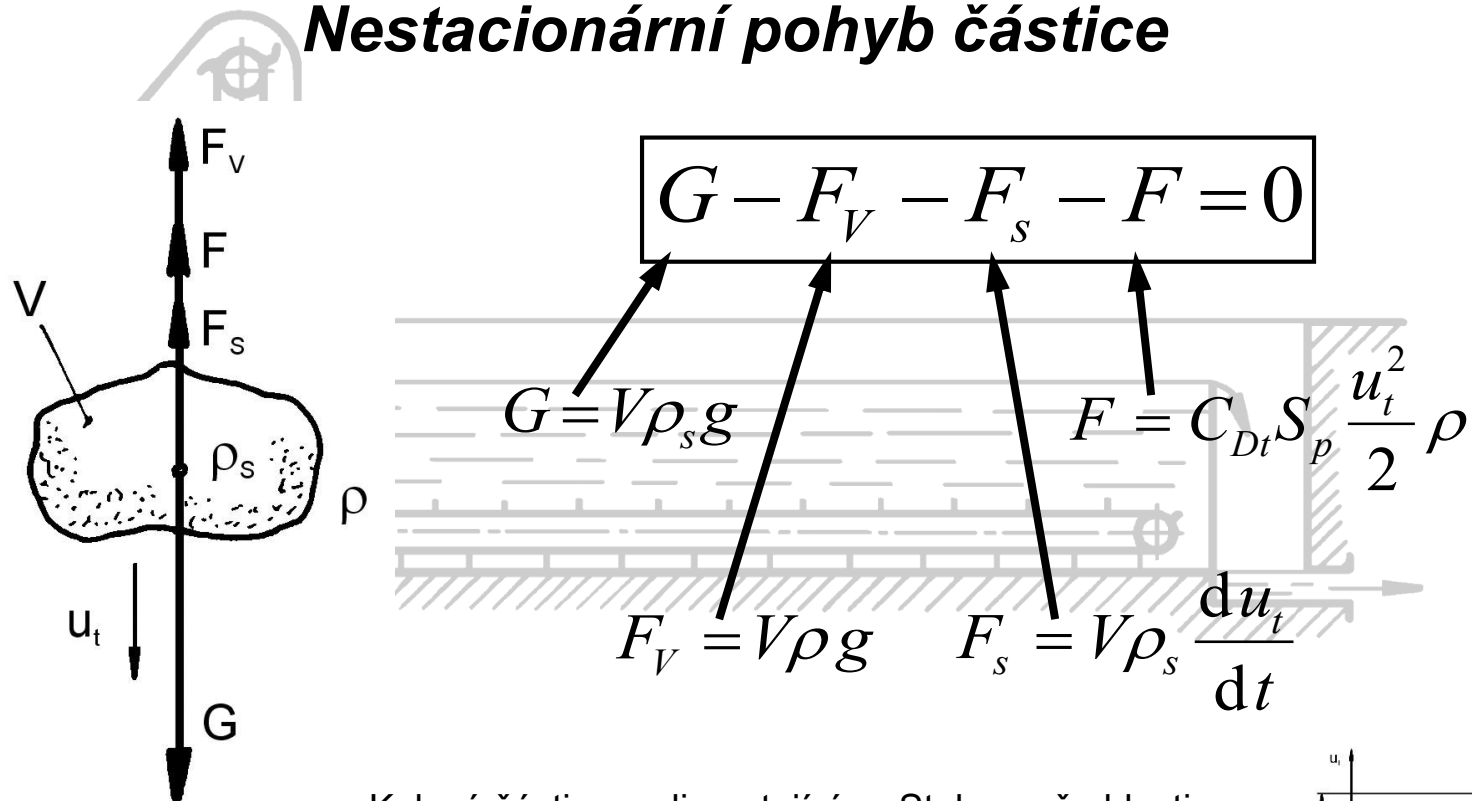


# Odpor při obtékání částic nekulového tvaru



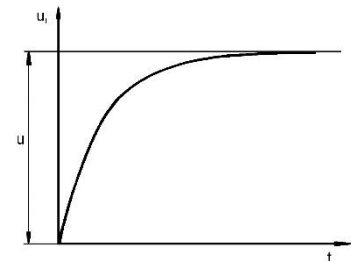
# Pohyb částice v tekutině v gravitačním poli

## Nestacionární pohyb částice

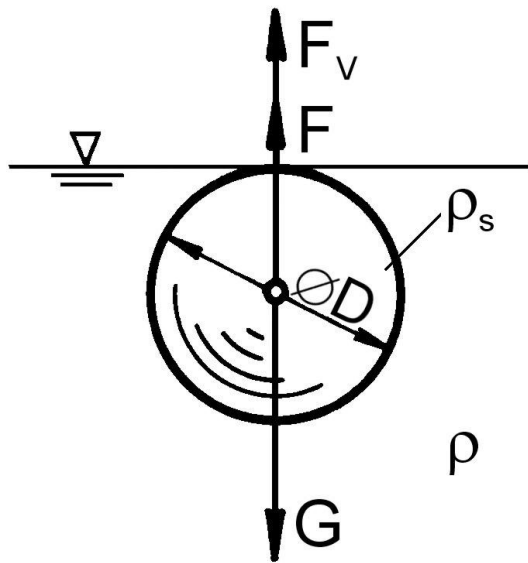


Kulová částice sedimentující ve Stokesově oblasti

$$u_t = \frac{D^2(\rho_s - \rho)g}{18\mu} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{18\mu}{D^2\rho_s} t\right) \right]$$



# Stacionární pohyb částice – mezní usazovací rychlost



$$G - F_V - \cancel{F_s} - F = 0$$

$$\frac{\pi D^3}{6} \rho_s g - \frac{\pi D^3}{6} \rho g - C_D \frac{\pi D^2}{4} \frac{u^2}{2} \rho = 0$$

$$u = \sqrt{\frac{4 D (\rho_s - \rho) g}{3 C_D \rho}}$$

**Stokesova oblast** ( $Re \leq 2$ ):

$$u = \frac{D^2 (\rho_s - \rho) g}{18 \mu}$$

**přechodová oblast** ( $2 < Re < 500$ ):

$$u = 0,153 \frac{D^{1,14} (\rho_s - \rho)^{0,71} g^{0,71}}{\rho^{0,29} \mu^{0,43}}$$

**Newtonova oblast** ( $500 < Re < 3 \cdot 10^5$ ):

$$u = 1,74 \sqrt{\frac{D (\rho_s - \rho) g}{\rho}}$$

# Výpočet usazovací rychlosti

*Usazovací rychlost nelze vypočítat přímo*, protože neznáme předem oblast, ve které usazování probíhá. Tato oblast je určena hodnotou Reynoldsova čísla, ve kterém se vyskytuje neznámá rychlost  $u$ . Proto budeme hledat takové bezrozměrné číslo, ve kterém se neznámá rychlost nevyskytuje.

$$u = \sqrt{\frac{4 D(\rho_s - \rho)g}{3 C_D \rho}} \Rightarrow C_D = \frac{4 D(\rho_s - \rho)g}{3 u^2 \rho},$$

kde  $C_D = f(Re)$

$$Re = \frac{uD\rho}{\mu}$$

V obou kritériích je obsažena zatím neznámá usazovací rychlost. Hledané kritérium, které neobsahuje neznámou rychlost, lze získat jako součin  $C_D Re^2$ :

$$C_D Re^2 = \frac{4 D(\rho_s - \rho)g}{3 u^2 \rho} \frac{u^2 D^2 \rho^2}{\mu^2} = \frac{4 D^3 (\rho_s - \rho) \rho g}{3 \mu^2}$$

Hodnotu tohoto bezrozměrného kritéria již lze vypočítat ze zadaných veličin a na základě jeho velikosti můžeme rozhodnout, ve které oblasti usazování probíhá.

Hraniční hodnoty lze vypočítat z udaných mezních hodnot  $Re$ :

Pro oblast *Stokesovu* ( $Re < 2$ ,  $C_D = 24/Re$ ) dostaneme:  $C_D Re^2 < 48$

Pro oblast *přechodovou* platí:  $48 < C_D Re^2 < 1,1 \cdot 10^5$

Pro oblast *Newtonovu* ( $500 < Re < 3 \cdot 10^5$ ,  $C_D = 0,44$ ) dostaneme:  $1,1 \cdot 10^5 < C_D Re^2 < 4 \cdot 10^{10}$

# Výpočet průměru kulové částice z usazovací rychlosti

Je-li známa usazovací rychlost a máme-li určit **průměr částice**, není přímý výpočet opět možný, protože podobně jako v předchozím případě se neznámý průměr vyskytuje jak ve výrazu pro bezrozměrný součinitel odporu  $C_D$ , tak v Reynoldsově čísle  $Re$ . Bezrozměrné číslo, které neobsahuje neznámý průměr částice, získáme vydělením vztahu pro  $C_D$  Reynoldsovým číslem  $Re$ :

$$\frac{C_D}{Re} = \frac{4}{3} \frac{D(\rho_s - \rho)g}{u^2 \rho} \frac{\mu}{uD\rho} = \frac{4}{3} \frac{(\rho_s - \rho)g\mu}{u^3 \rho^2}$$

Hraniční hodnoty lze opět snadno určit ze známých mezních hodnot  $Re$ :

Pro oblast **Stokesovu** je  $C_D/Re > 6$

Pro oblast **přechodovou** je  $8,8 \cdot 10^{-4} < C_D/Re < 6$

Pro oblast **Newtonovu** je  $1,47 \cdot 10^{-6} < C_D/Re < 8,8 \cdot 10^{-4}$

Výpočet  $D$  ze vztahů pro usazovací rychlost:

**Stokesova oblast** ( $Re \leq 2$ ):

$$D = 3 \cdot \sqrt{\frac{2u\mu}{(\rho_s - \rho)g}}$$

**přechodová oblast** ( $2 < Re < 500$ ):

$$D = 5,19 \frac{u^{0,877} \rho^{0,254} \mu^{0,377}}{(\rho_s - \rho)^{0,623} g^{0,623}}$$

**Newtonova oblast** ( $500 < Re < 3 \cdot 10^5$ ):

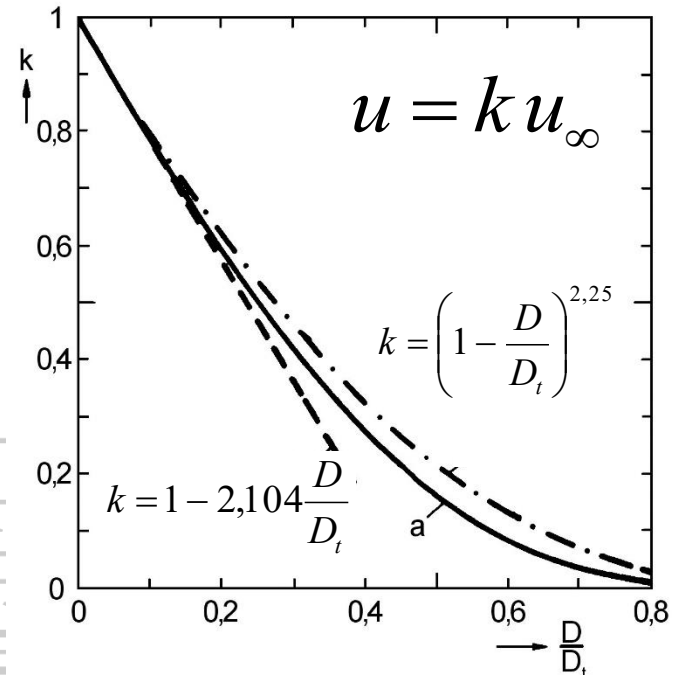
$$D = 0,33 \frac{u^2 \rho}{(\rho_s - \rho)g}$$



## Další faktory ovlivňující rychlost usazování

- **Vliv ohraničenosti prostředí na usazování jedné částice**

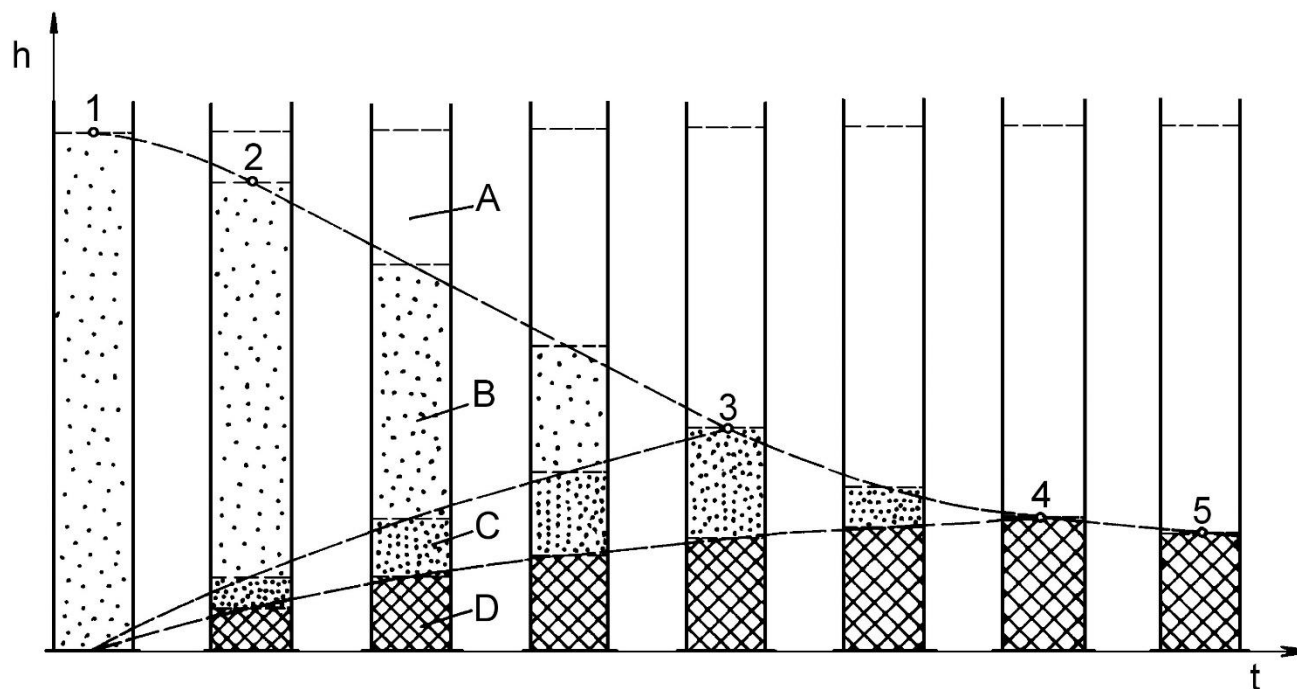
- **Vliv elektrických sil mezi částicemi**
  - **Vliv nespojitosti prostředí**
  - **Vliv pohybu prostředí**
- 
- **Vliv vzájemného působení částic –**  $u = u_{\infty} \varphi(\varepsilon)$ ,  $\varphi(\varepsilon) = \varepsilon^n$



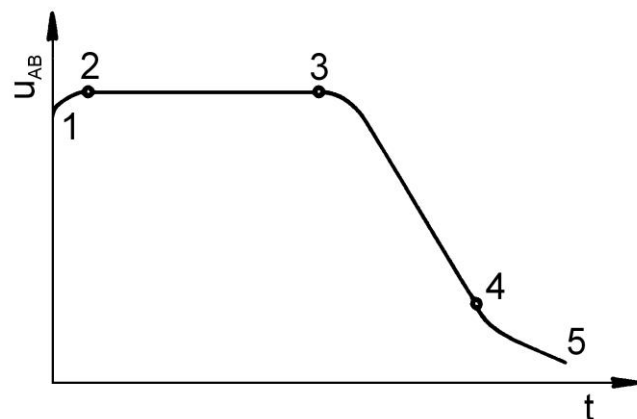
Vztah pro výpočet rychlosti rušeného usazování navrhli Goroško, Rozenbaum a Todes:

$$Re = \frac{Ar \varepsilon^{4,75}}{18 + 0,6 \sqrt{Ar \varepsilon^{4,75}}}, \text{ kde } Ar = \frac{D^3 \Delta \rho \rho g}{\mu^2}$$

# Usazování jemných suspenzí



Závislost rychlosti pohybu rozhraní mezi čirou kapalinou a suspenzí na době usazování

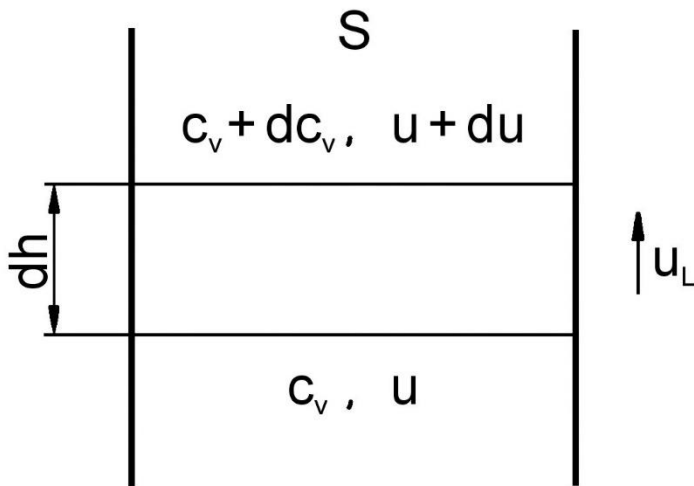


**A** – čistá kapalina

**B** – usazující se suspenze s konstantní koncentrací přibližně rovnou počáteční koncentraci suspenze

**C** – vrstva vysokokoncentrované suspenze s proměnlivou koncentrací

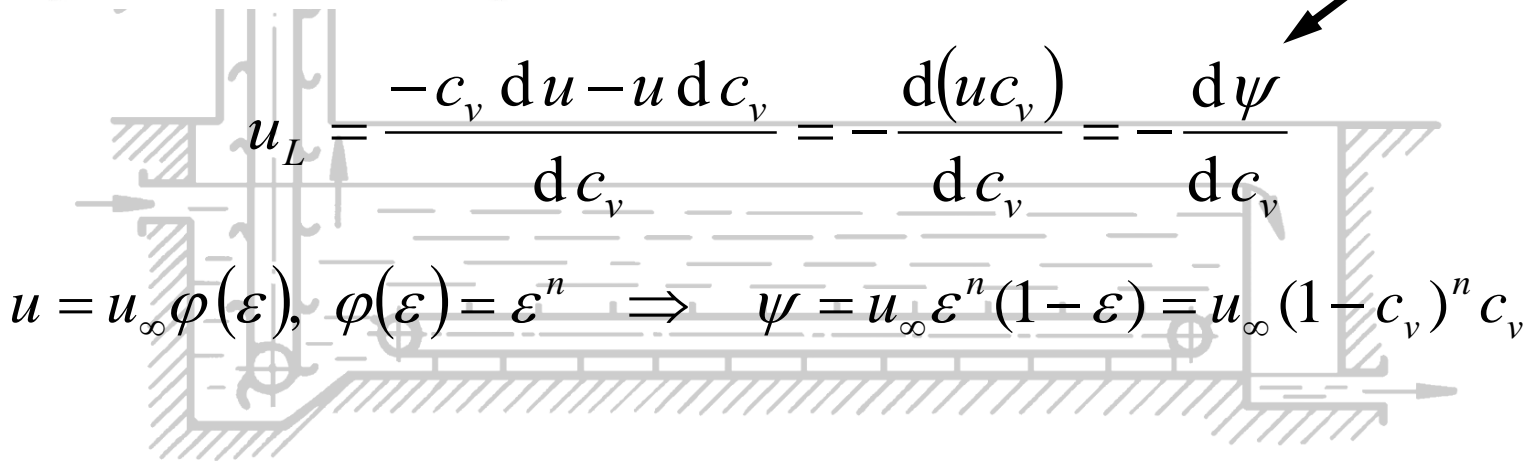
**D** – vrstva usazeniny



$$c_v S(u_L + u) = (c_v + dc_v) S(u_L + u + du)$$

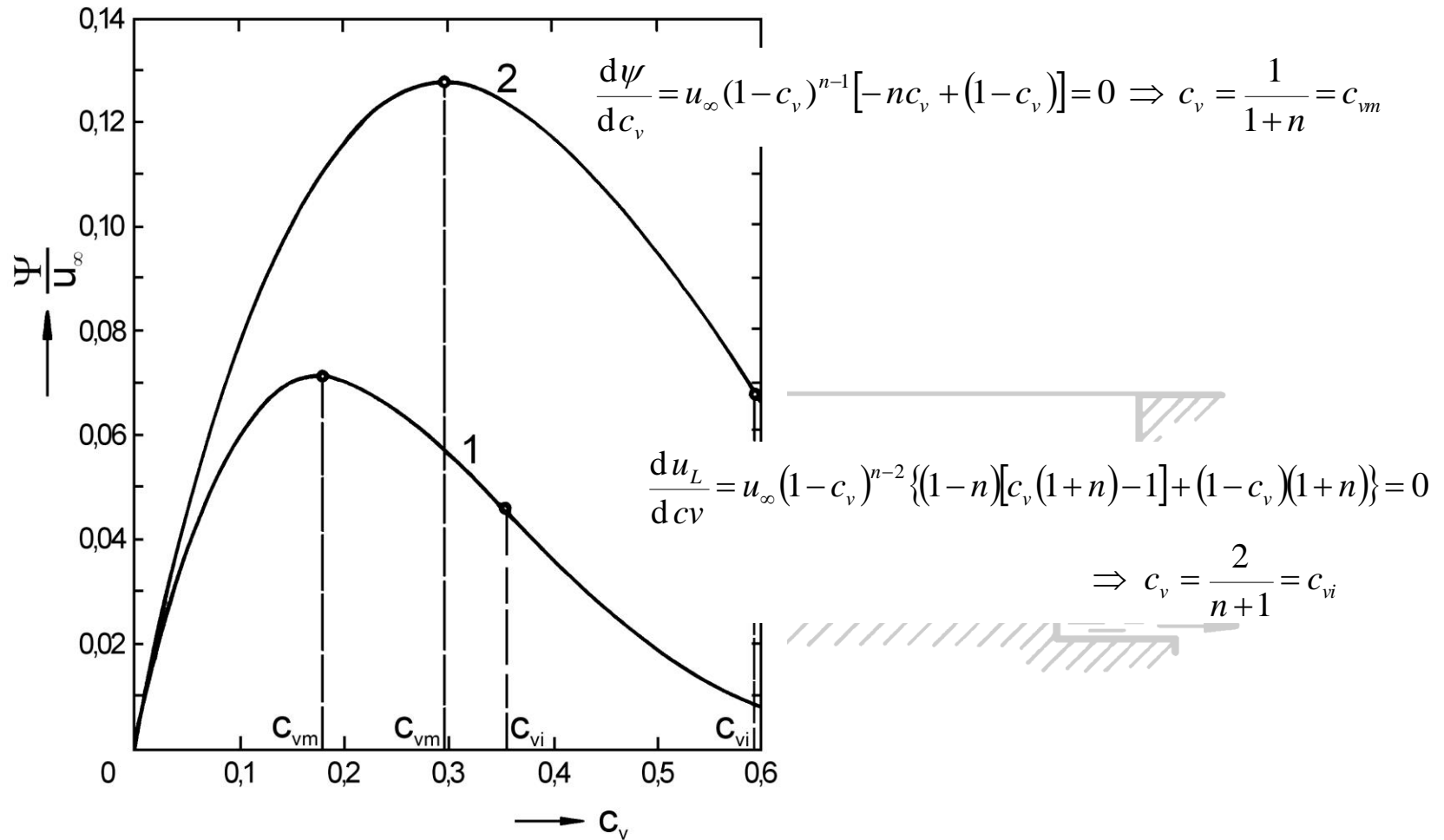
Hustota objemového toku pevné fáze [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]

$$\psi = uc_v$$



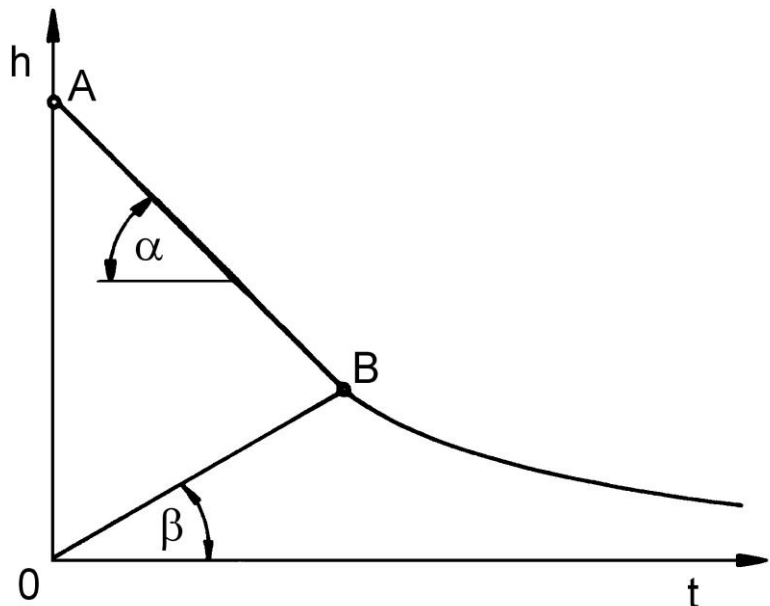
$$u_L = -\frac{d\psi}{dc_v} = u_\infty (1 - c_v)^{n-1} [c_v(1 + n) - 1]$$

**Závislost bezrozměrné hustoty objemového toku pevné fáze  $\psi / u_\infty$   
na objemové koncentraci  $c_v$**

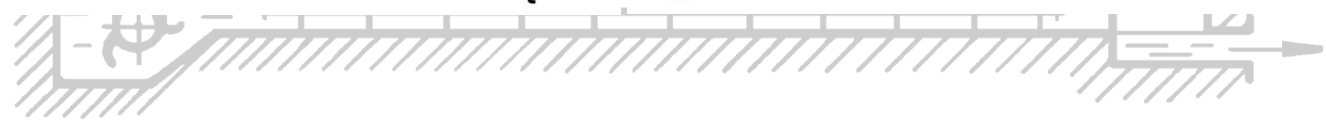
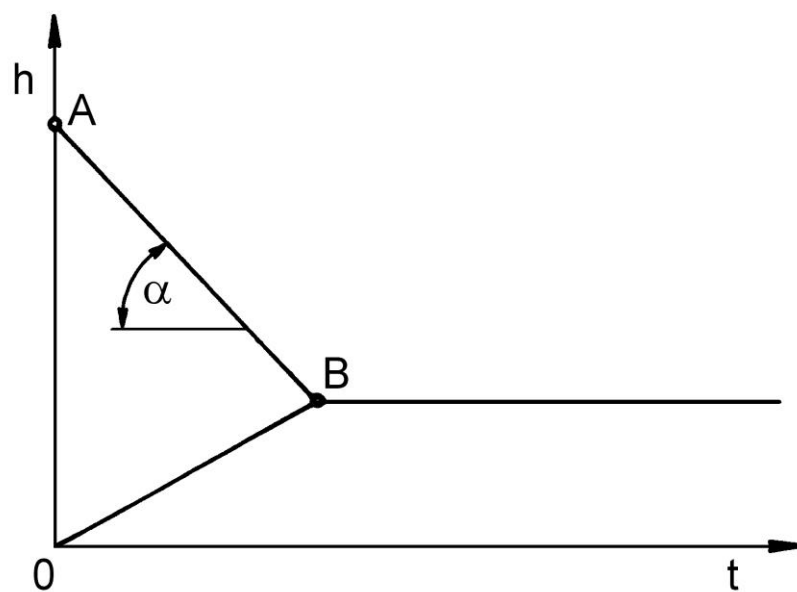


1 – usazování ve Stokesově oblasti  $n = 4,65$  (jemné suspenze), 2 – usazování  
v Newtonově oblasti  $n = 2,39$  (hrubé suspenze)

***Pohyb rozhraní při usazování jemných suspenzí***



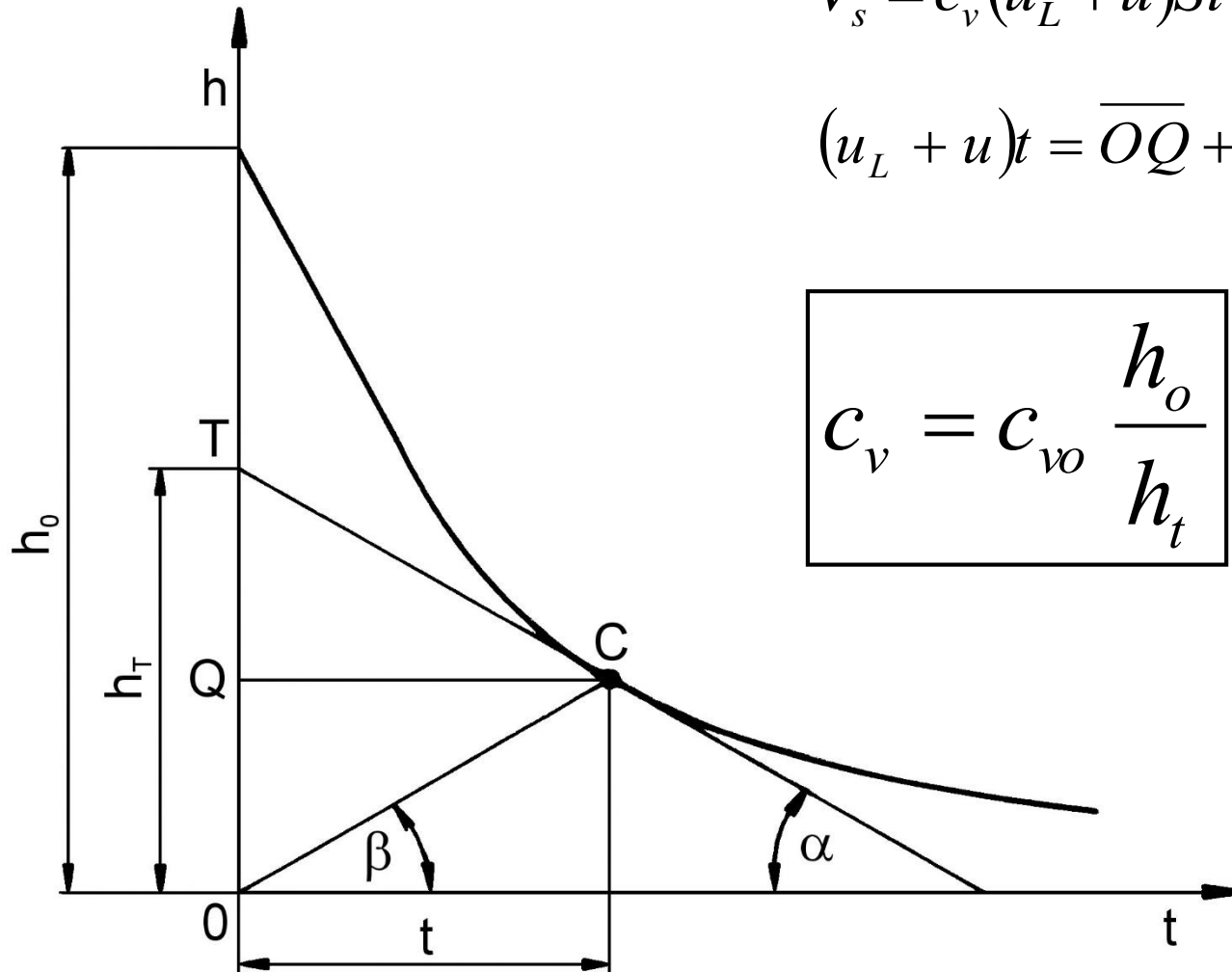
***Pohyb rozhraní při usazování hrubých suspenzí***



# Sedimentační test → stanovení usazovací rychlosti

$$V_s = c_v(u_L + u)St = c_{vo}Sh_o$$

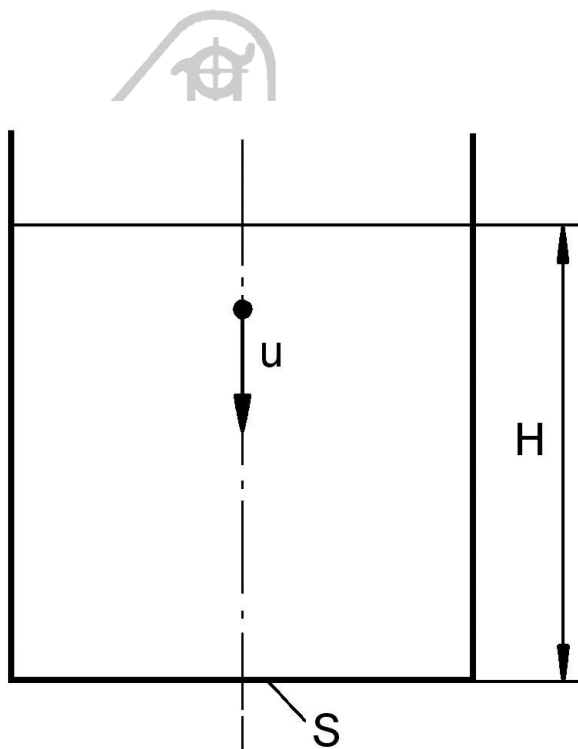
$$(u_L + u)t = \overline{OQ} + \overline{QT} = \overline{OT} = h_T$$



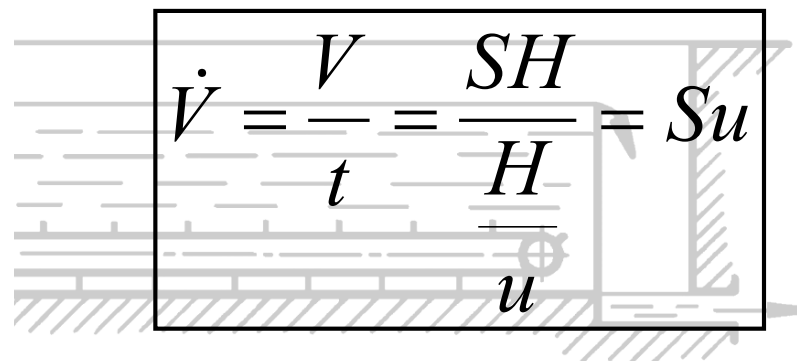
# Zařízení pro gravitační usazování

*Periodické usazování*

*Periodicky pracující usazovák*



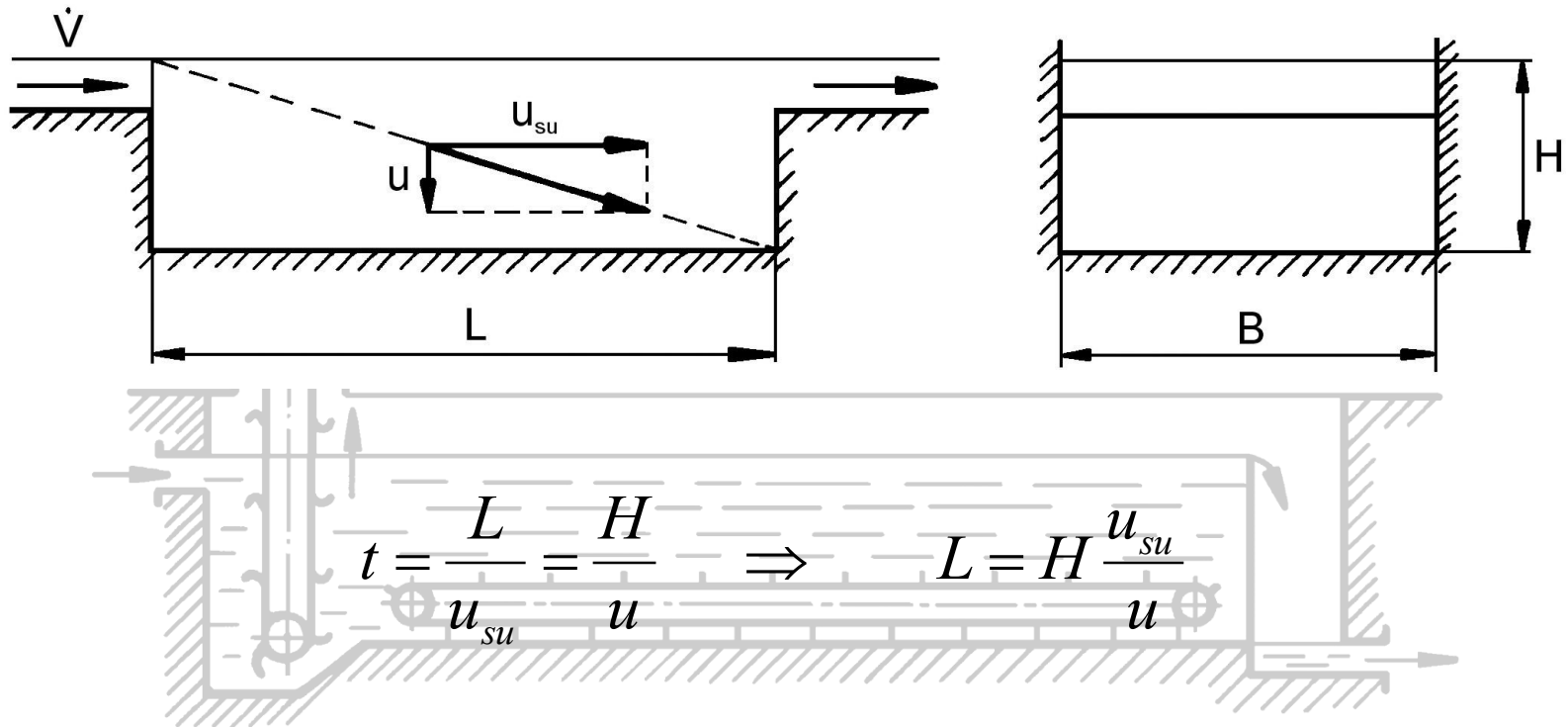
$$t = \frac{H}{u}$$



$$\dot{V}_{stř} = \frac{V}{t + t_m}$$

# Polokontinuální usazování

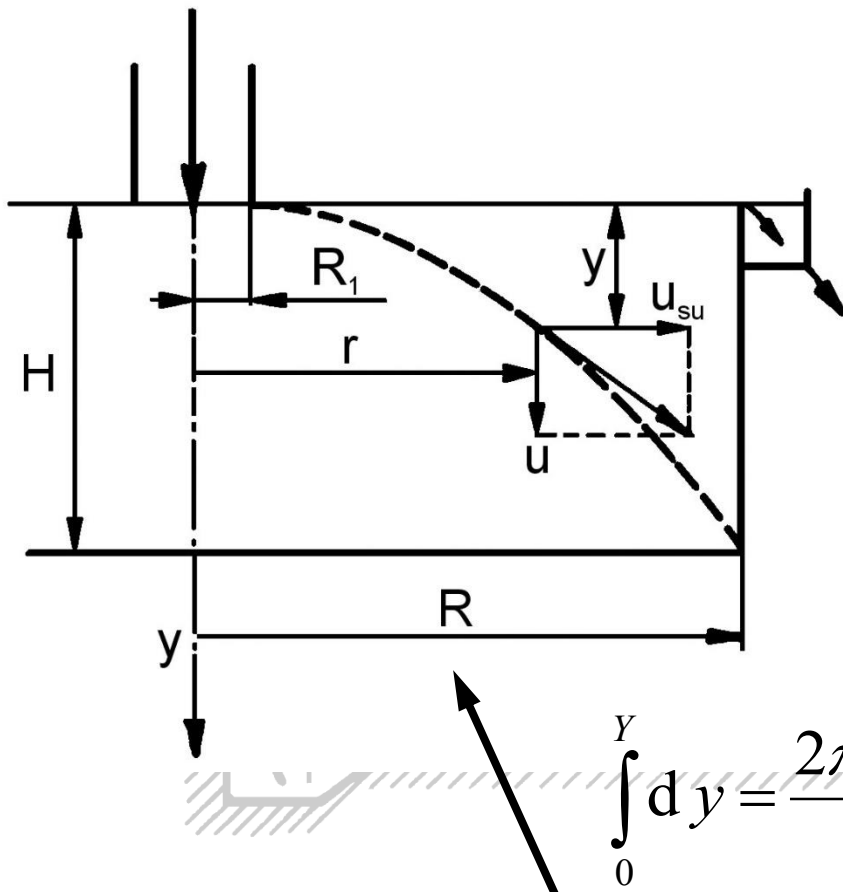
Polokontinuálně pracující usazovák obdélníkového průřezu



$$\dot{V} = BH u_{su} = BL u = Su$$



## Polokontinuálně pracující kruhový usazovák



$$dy = u dt, \quad dr = u_{su} dt$$

$$dt = \frac{dy}{u} = \frac{u}{u_{su}}$$

$$u_{su} = \frac{\dot{V}}{2\pi r H}$$

$$dy = \frac{2\pi H u}{\dot{V}} r dr$$

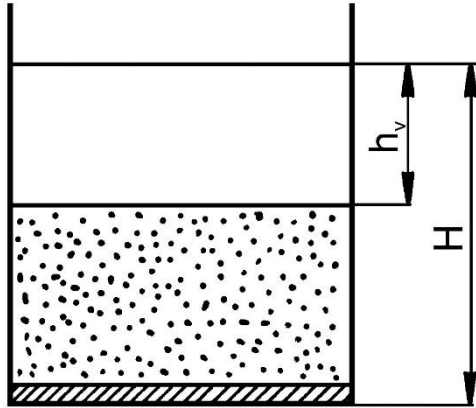
$$\int_0^y dy = \frac{2\pi H u}{\dot{V}} \int_{R_1}^r r dr \Rightarrow y = \frac{\pi H u}{\dot{V}} (r^2 - R_1^2)$$

$$y = H, r = R$$

$$R = \sqrt{R_1^2 + \frac{\dot{V}}{\pi u}} \Rightarrow \dot{V} = \pi (R^2 - R_1^2) u$$

# Odlučivost usazovacích zařízení

$$\eta = \frac{m_z}{m}$$



## Monodisperzní suspenze

Pokud bude doba usazování nebo doba prodlení suspenze v usazováku  $t \geq H/u$ , odloučí se všechny částice a odlučivost  $\eta = 1$ . V případě, že bude  $t < H/u$ , se vyčirí pouze sloupec kapaliny o výšce  $h_v = ut$  a odlučivost bude určena poměrem hmotnosti usazených částic k celkové hmotnosti částic v suspenzi neboli poměrem sloupce vyčířené kapaliny  $h_v$  k celkové výšce vrstvy suspenze  $H$ :

$$\eta = \frac{h_v}{H} = \frac{ut}{H}$$

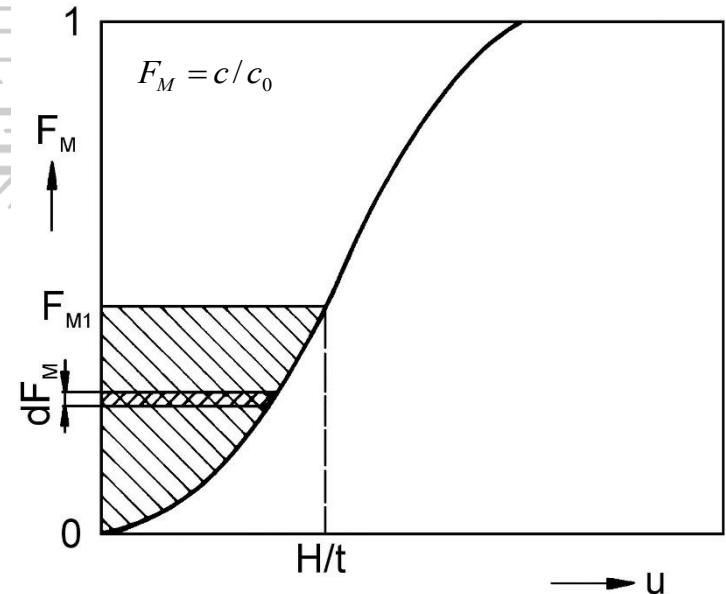
## Polydisperzní suspenze

Během doby  $t$  se zcela usadí jen ty částice, jejichž rychlost usazování je větší než  $H/t$ . Částice s rychlostí usazování  $u < H/t$ , se usadí jen z objemu příslušejícího výšce  $h_v = u \cdot t$ . Celkovou odlučivost pak dostaneme jako sumu součinů frakčních odlučivostí  $\eta_i$  a hmotnostních podílů příslušných frakcí  $w_i$ :

$$\eta = \sum_{i=1}^{i=k} \eta_i w_i = \frac{u_i t}{H} w_i$$

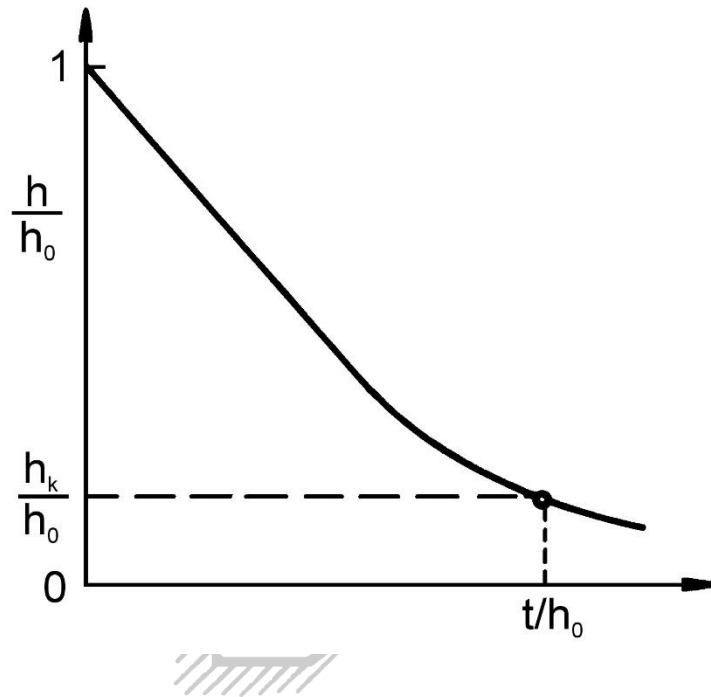
$$\eta = \int_{u_{\min}}^{u_{\max}} \eta(u) E_M du = \int_0^1 \eta(u) \frac{dF_M}{du} du = \int_0^1 \eta dF_M$$

$$\eta = \int_0^{F_{M1}} \frac{ut}{H} dF_M + \int_{F_{M1}}^1 dF_M = \frac{t}{H} \int_0^{F_{M1}} u dF_M + 1 - F_{M1}$$



# Zařízení pro zahušťování jemných suspenzí

## Periodicky pracující zařízení



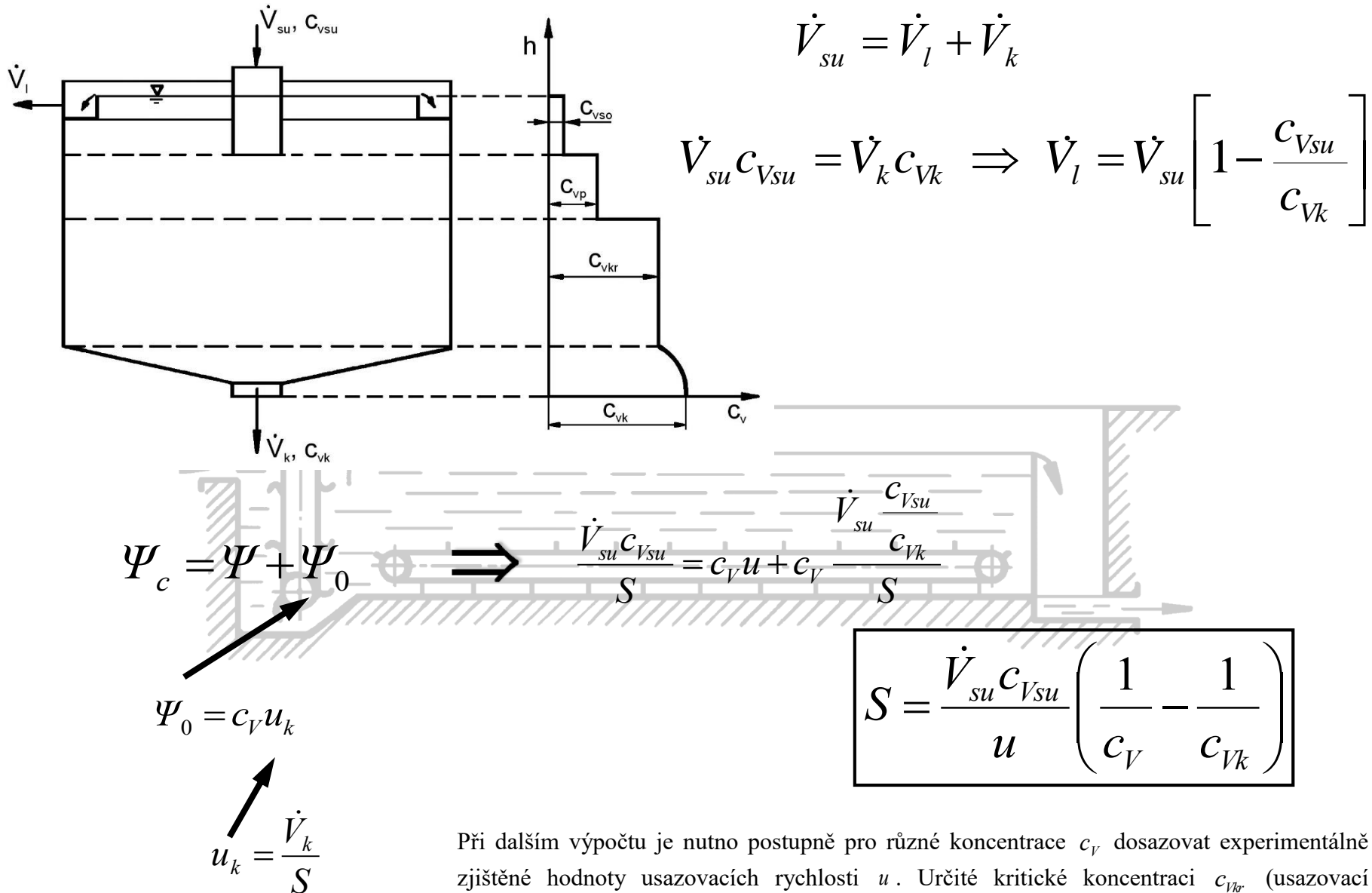
$$h_0 c_{V0} S = h_k c_{Vk} S$$

$$\frac{h_k}{h_0} = \frac{c_{V0}}{c_{Vk}}$$



Usazovací křivka musí být stanovena pro stejnou suspenzi o stejné počáteční koncentraci jako v provozním zařízení. U některých druhů suspenzí závisí tvar křivky také na výšce sloupce suspenze  $h_0$ . Pro takovéto suspenze musí být výška válce pro sedimentační pokus srovnatelná s předpokládanou výškou hladiny suspenze v provozním zařízení.

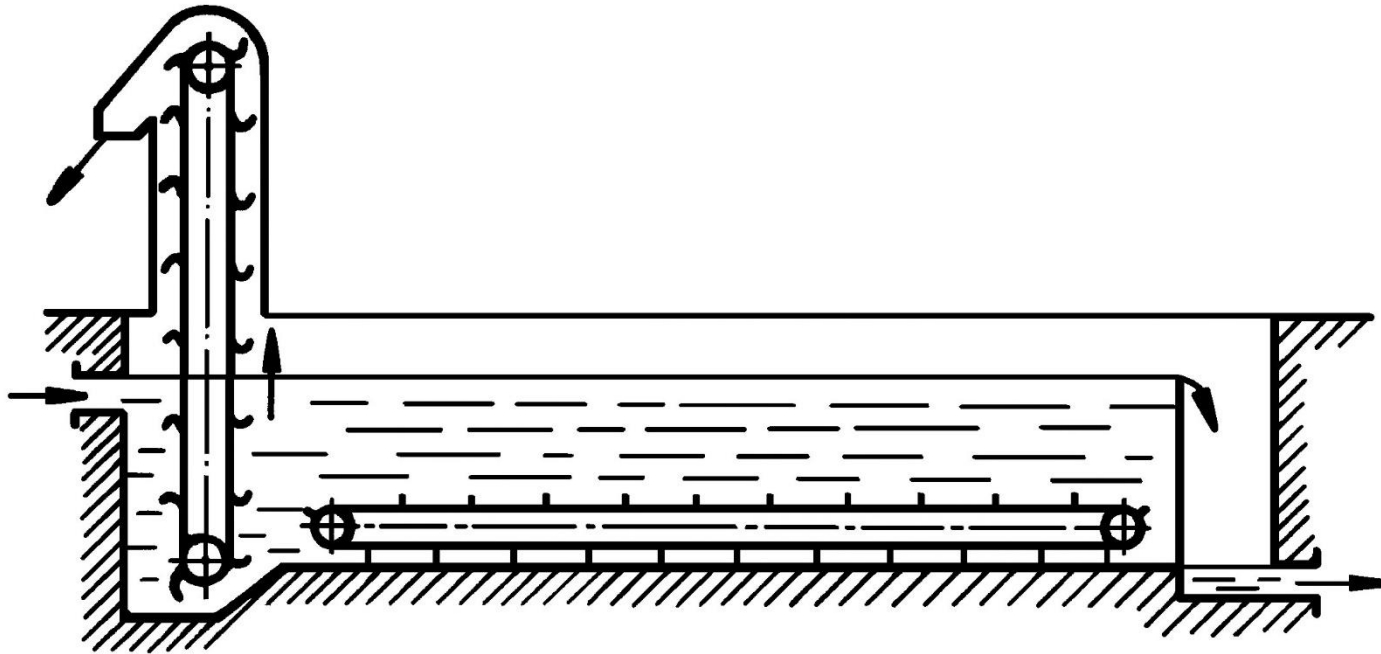
## Kontinuálně pracující zařízení



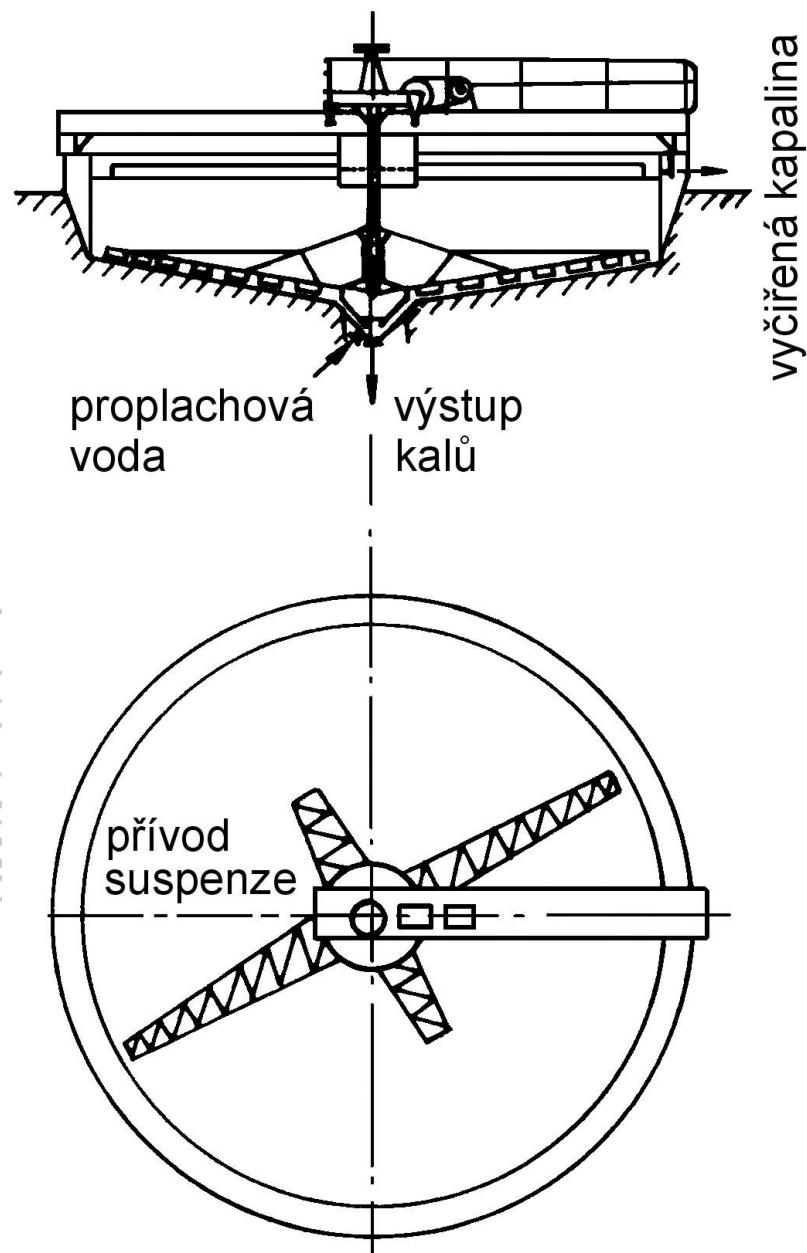
Při dalším výpočtu je nutno postupně pro různé koncentrace  $c_v$  dosazovat experimentálně zjištěné hodnoty usazovacích rychlosti  $u$ . Určité kritické koncentraci  $c_{vkr}$  (usazovací rychlosti  $u_{kr}$ ) pak odpovídá největší plocha průřezu  $S_{kr}$ , tzv. **kritická plocha**.

# *Kontinuální usazování*

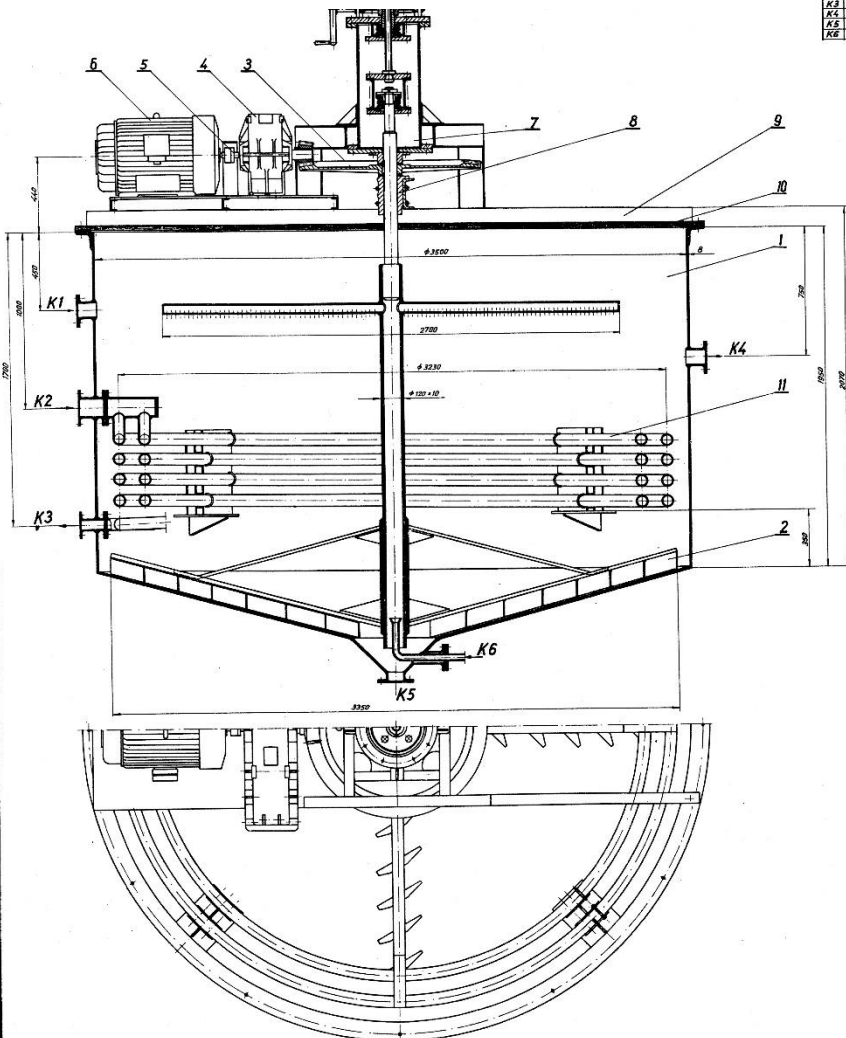
*Kontinuálně pracující usazovák – lapač písku*



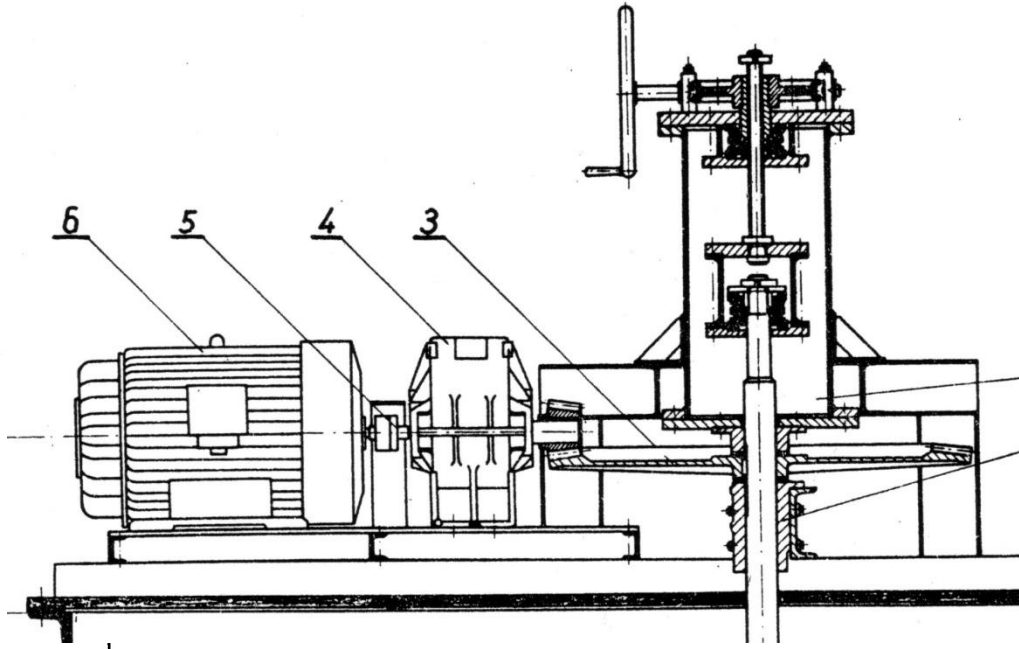
# Kruhový usazovák s kontinuálním vyhrabováním kalu



Wykaz króćców		
Skł.	Przeznaczenie	Uwagi
K1	Śmigło wody	
K2	Śmigło parę	
K3	Śmigło kondensatu	
K4	Śmigło pary	
K5	Śmigło powietrza	
K6	Śmigło powietrza	



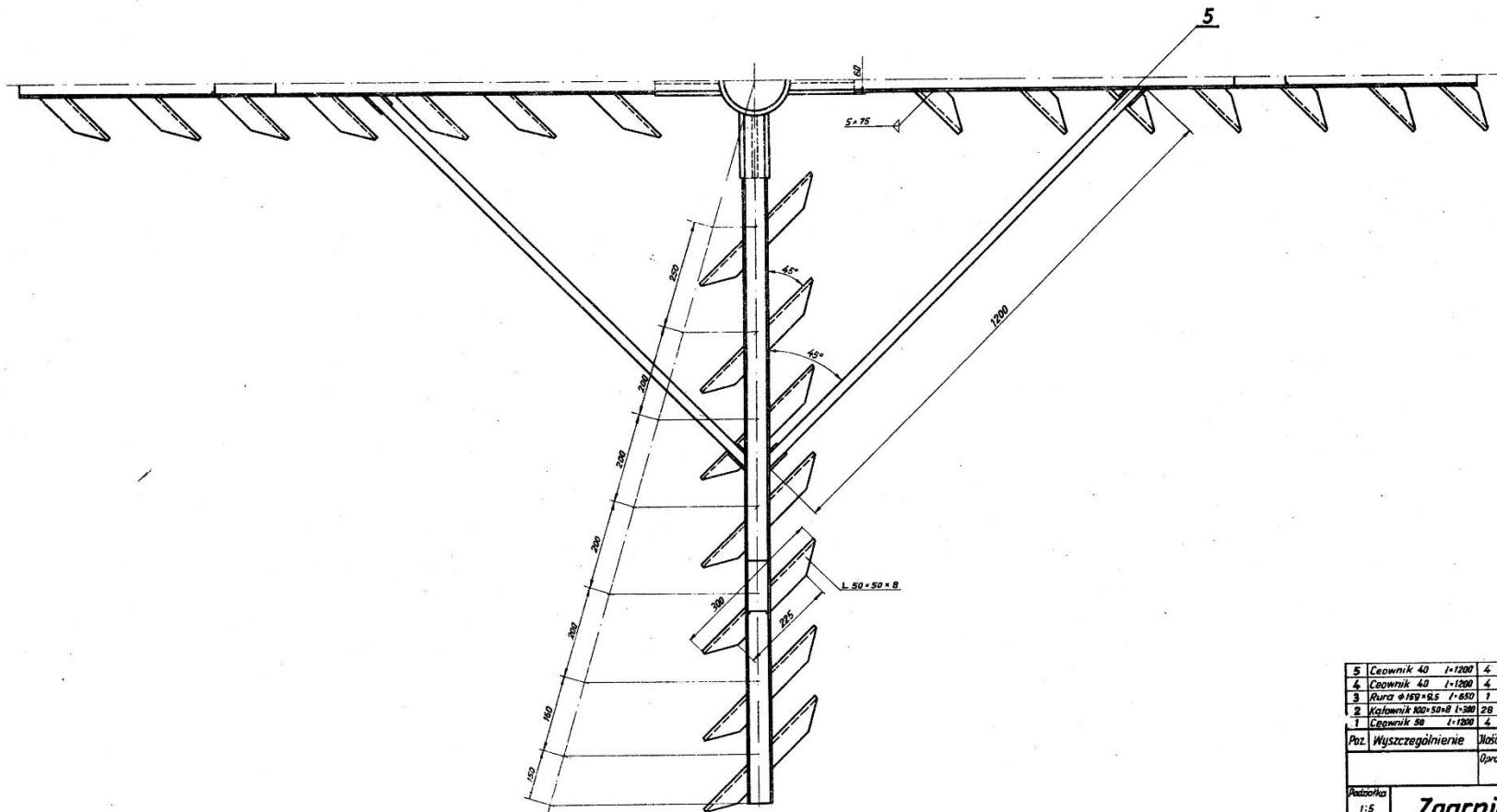
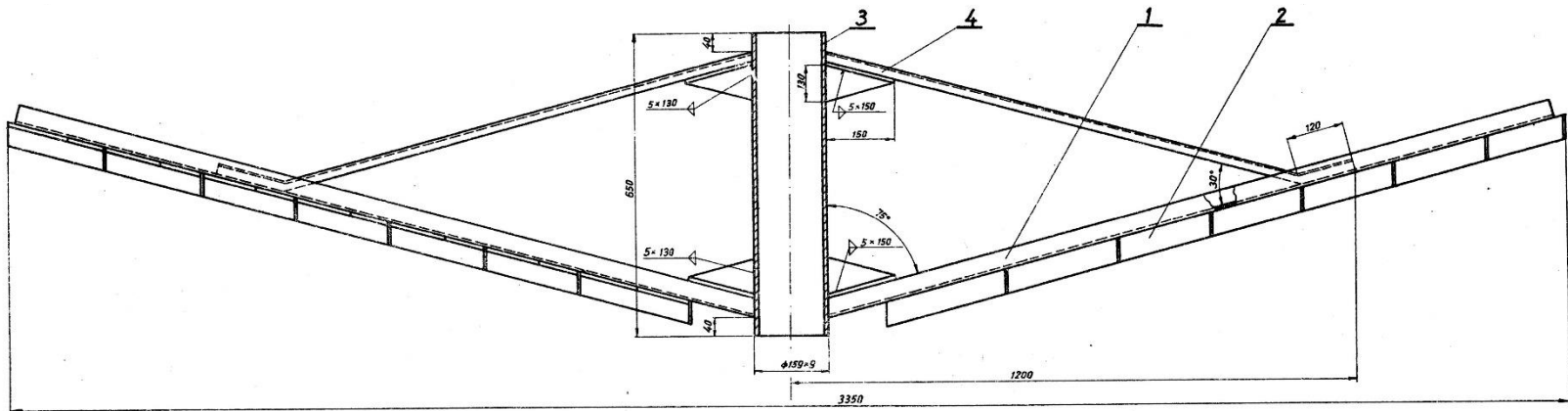
Masa całkowita - 3700 kg



11	Wytężnica	1	5125	
10	Osłona zewnętrzna	1	5125	
9	Osłona w. 80	2	5125	
8	Osłona w. 80	1	5125	
7	Mechanizm podn.	1	5125	5-7
6	Silnik elektr. 527e	1	5125	
5	Szczeln.	1	5125	
4	Przekładnia WT	1	5125	
3	Przekładnia	1	5125	S.R.
2	Opornica	1	5125	S.R.
1	Zbiornik	1	5125	

Charakterystyka techniczna		Pat. Wyszczególnienie		Wzrost	
Mechanizm obrotów		Pat. Wyszczególnienie		Wzrost	
Silnik elektryczny	N = 3 kW, n = 750 1/min	Pat. Wyszczególnienie		Wzrost	
Obrotów wzdł. szarpacza	n = 0,5 1/min	Pat. Wyszczególnienie		Wzrost	
Prędkość obrotowa	-	Pat. Wyszczególnienie		Wzrost	
Mechanizm podnoszenia		Pat. Wyszczególnienie		Wzrost	
Max. wysokość podnoszenia	h = 200 mm	Pat. Wyszczególnienie		Wzrost	
Podnoszenie ręczne		Pat. Wyszczególnienie		Wzrost	

1:10 **Ługownik Dorra**  
 $V = 20 m^3, p = 3 bar, t = 80^\circ C$  5.5



5	Ceownik 40	1-1200	4	SI 3 S	PN-89/N-92403				
4	Ceownik 40	1-1200	4	SI 3 S	PN-89/N-92403				
3	Rura $\phi 130 \times 9,5$	1-650	1	M	PN-61/N-74219				
2	Katownik 100-50-8	1-1200	20	SI 3 S	PN-61/N-93402				
1	Ceownik 50	1-1200	4	SI 3 S	PN-89/N-92403				
Poz. Wyszczególnienie		Ilość		Materiał		Nr normy lub rys.		Uwagi	

Opracowano pod kierunkiem Prof. dr inż. J. PRKONIA  
 Politechnika Śląska  
 Katedra Aparatury Chemicznej

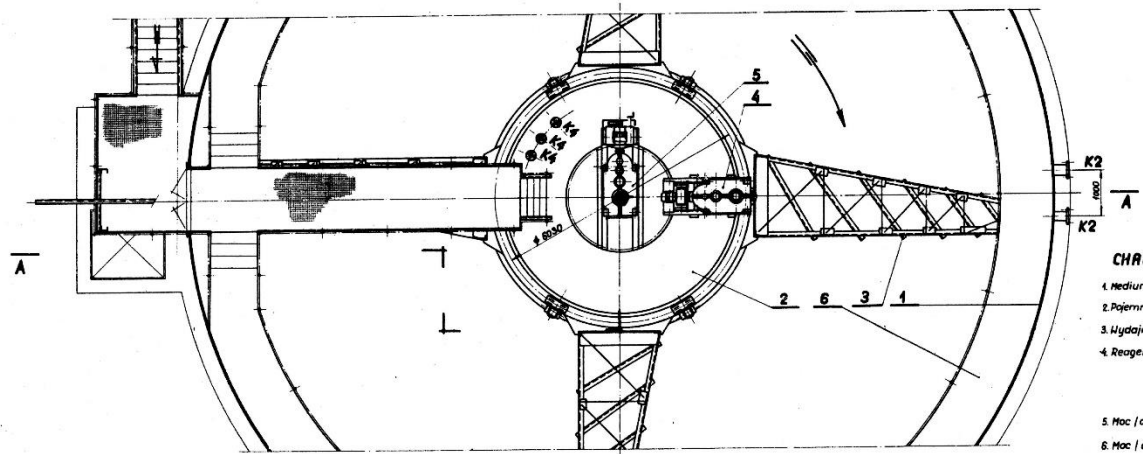
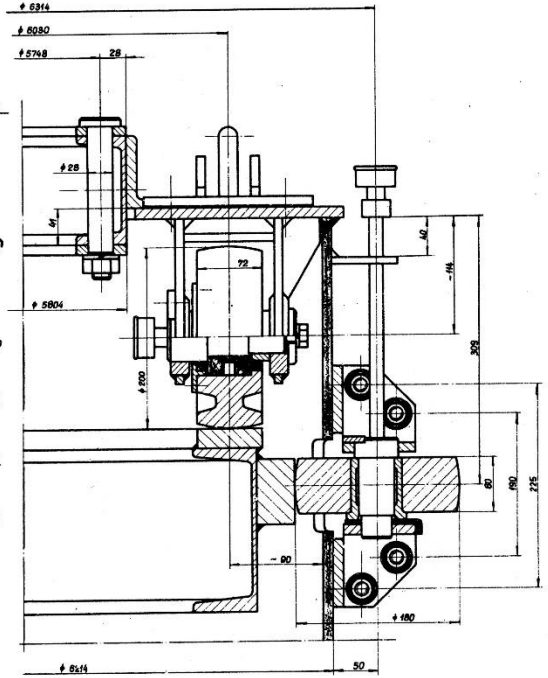
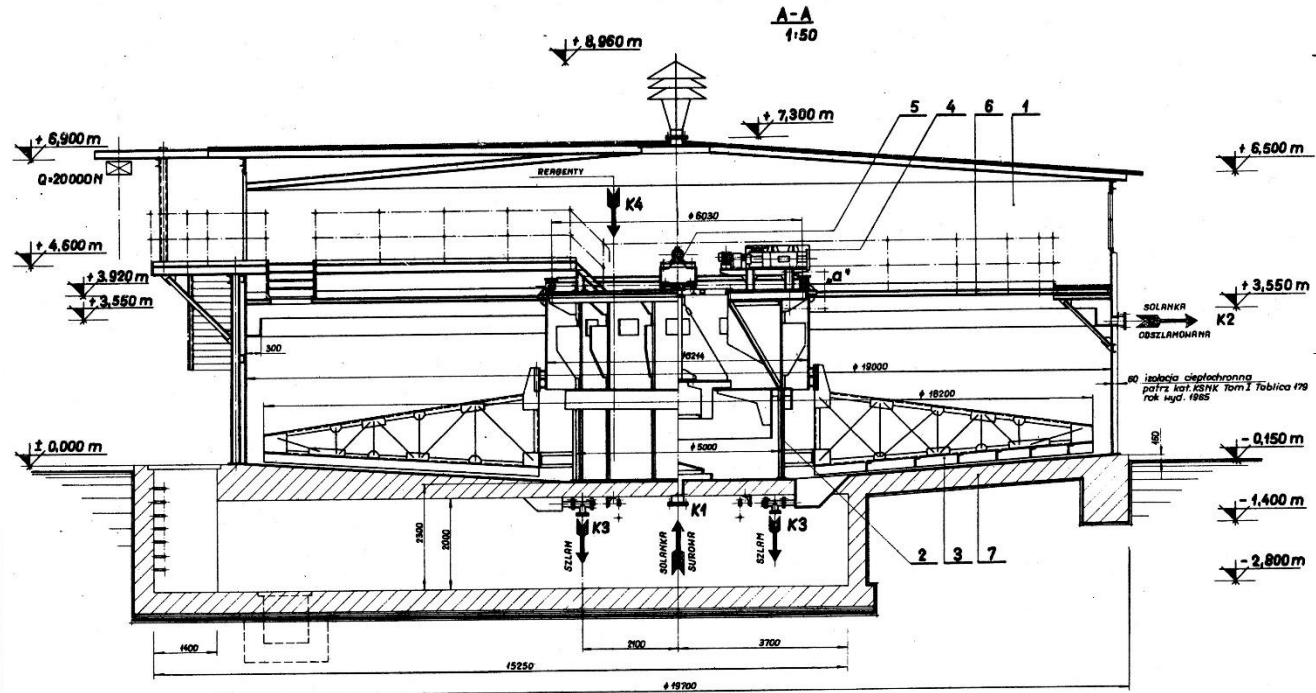
Pracownik	Zgarniacz	Nr rysunku
1:5		5.6





Wykaz króćców			
Nr króćca	Przeznaczenie	Uwagi	
K1	200	dopraw solanki	
K2	300	dopraw solanki	2 sztuki
K3	100	dopraw szlamu	2 sztuki
K4	50	dopraw reagentów	3 sztuki

Szczegół a\*  
1:2,5



Masa catkowiata ~ 1020000 kg

CHARAKTERYSTYKA TECHNICZNA:

- Medium robocze: solanka
- Pojemność robocza: 1200 m<sup>3</sup>
- Wydajność solanki oczyszczonej: ~ 93,822 m<sup>3</sup>/h
- Reagenty: 18% BaCl<sub>2</sub>: 258,28 kg/h  
20% Na<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>: 261,40 kg/h  
18% NaOH: 45,50 kg/h
- Moc [obrotu napędu zgarniaw.]: 1,1 kWs<sup>-1</sup> (0,001 s<sup>-1</sup>)
- Moc [obrotu mieszadła]: 5,5 kWs<sup>-1</sup> (0,058 + 0,138) s<sup>-1</sup>
- Temperatura cieplna: 0,060 m

Nr	Opis	Jedn.	Wartość	Uwagi
7	Fundament	l	różny rys.	20000
6	Podest	l	różny rys.	5800
5	Napęd mieszadła	l	różny rys.	1100
4	Napęd karuzeli	l	różny rys.	1400
3	Karuzela 4-n ram.	l	różny rys.	2100
2	Włókna reakcji #5000	l	różny rys.	14500
1	Zbiornik #8000	l	różny rys.	58000
Pos	Wyposażenie	Wzrost	Material Nr. normy lub rys.	Masa zg Uwagi

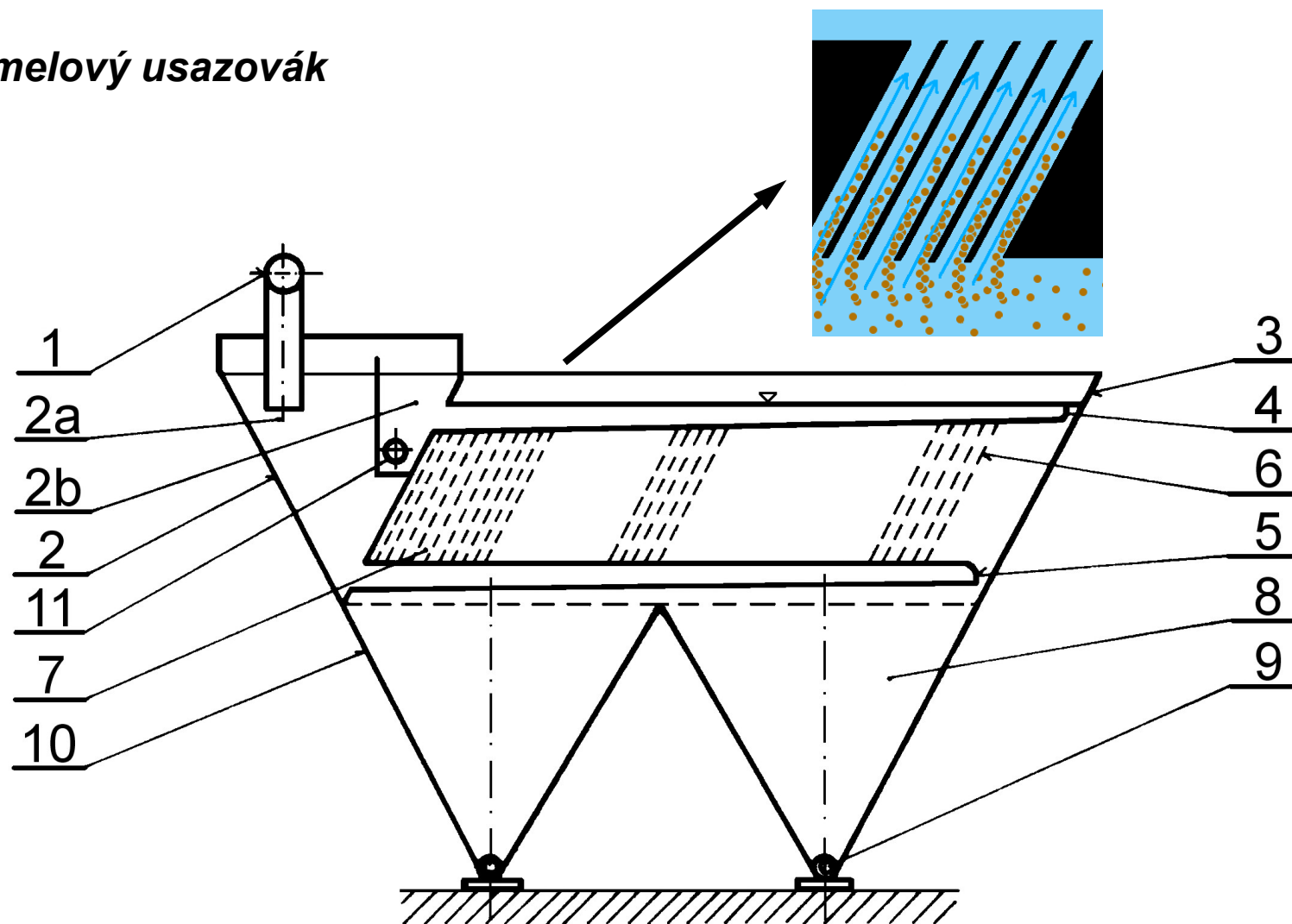
Pracowano pod kierunkiem Prof. inż. J. PIKOWIA  
POLITECHNIKA ŚLĄSKA  
Katedra Aparatury Chemicznej

Podziałka: 1:2,5  
1:50

GOSTOJNIK DORR'A  
V = 1200 m<sup>3</sup>

Nr. rysunku: 5.9

## Lamelový usazovák



- 1 – přívodní trubka, 2 – nátoková komora, 2a – vstupní část, 2b – výstupní část,  
3 – horní stěny, 4 – přepadové žlaby, 5 – štěrbinové rozvaděče, 6 – lamely,  
7 – účinný prostor, 8 – zahušťovací prostor, 9 – míchací a vyhrnovací šnek,  
10 – spodní nádoba, 11 – odtahová trubka

# Hydraulické třídění a rozdělování

## Polokontinuální hydraulické třídění

*Rmutnice*

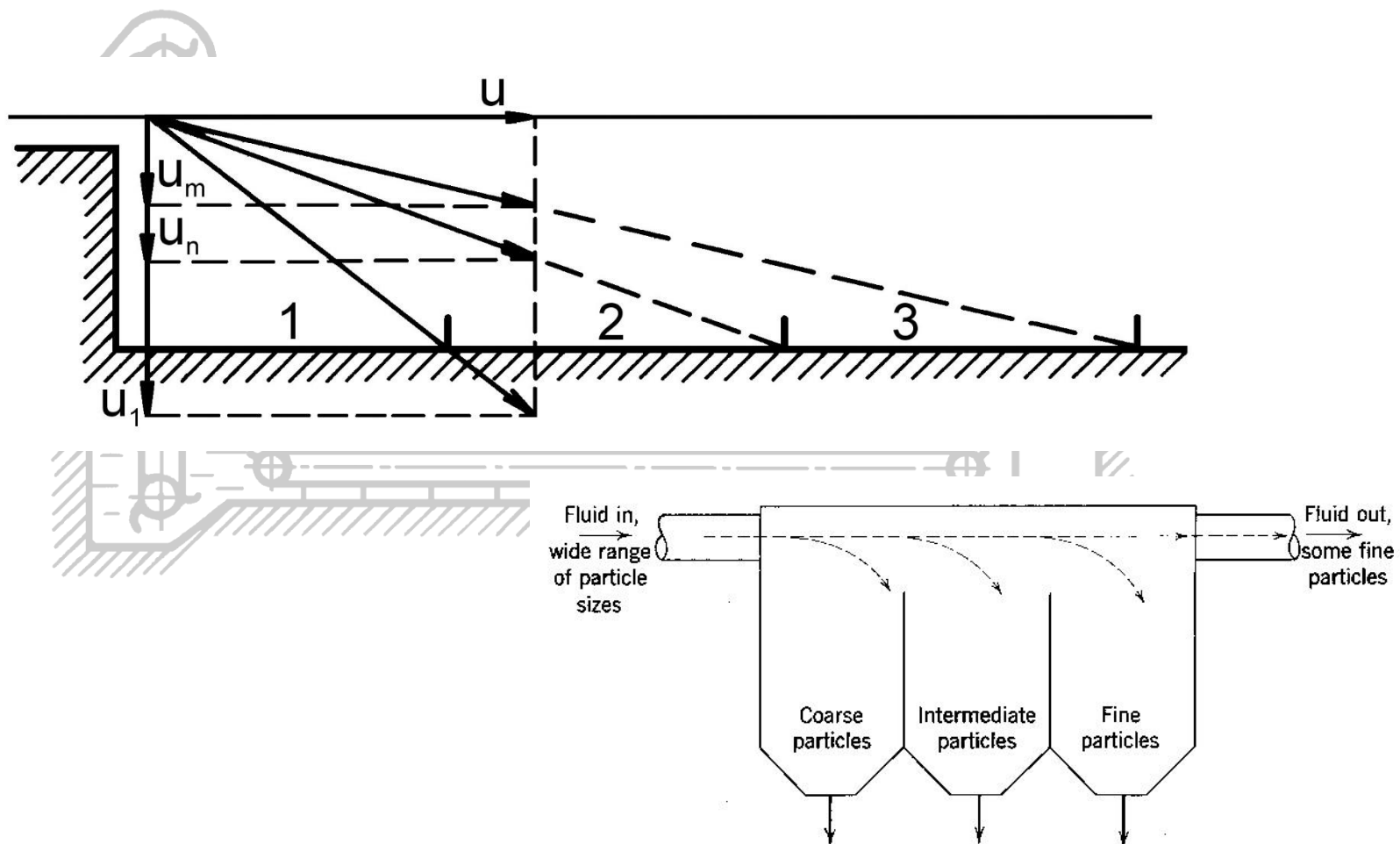


Figure 22.4. Gravity-settling tank.

# Kontinuální hydraulické třídění

Nálevky

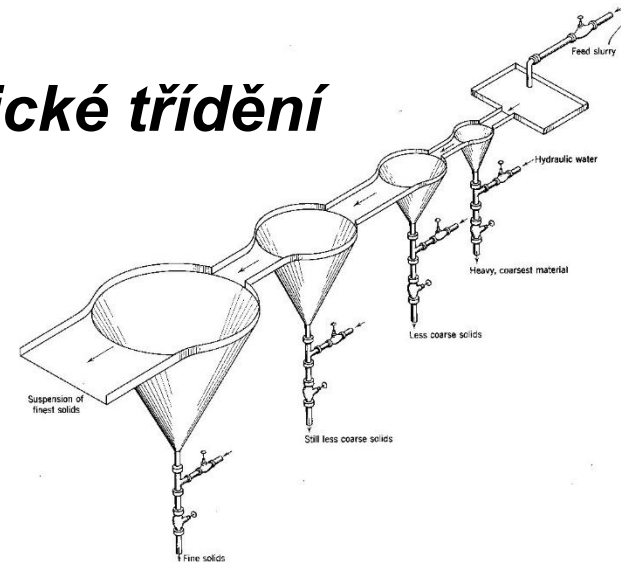
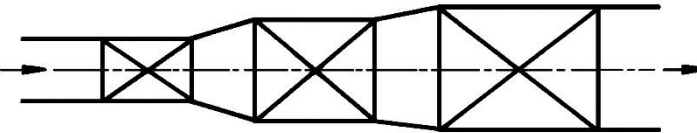
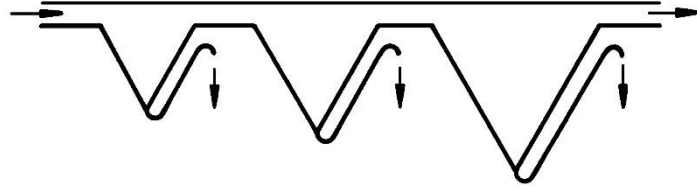
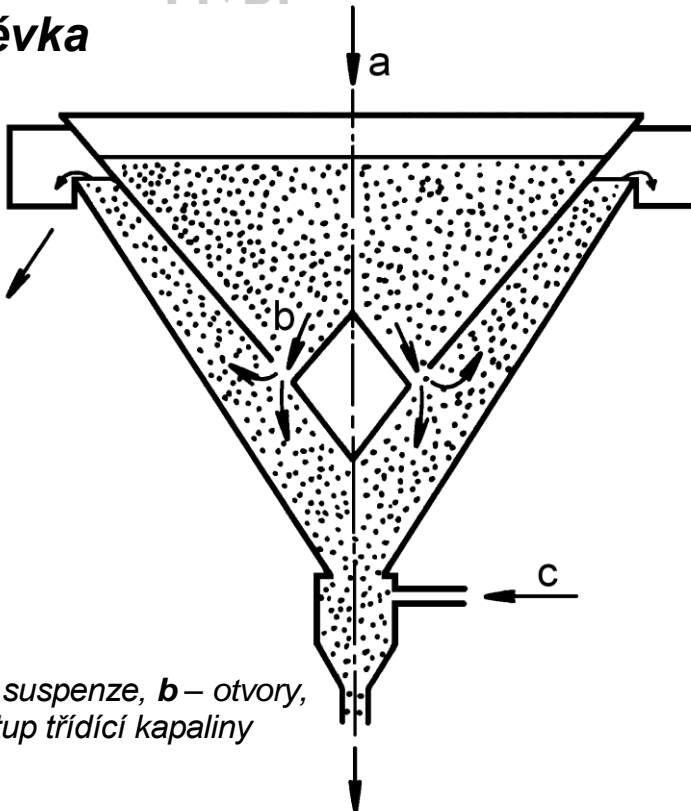


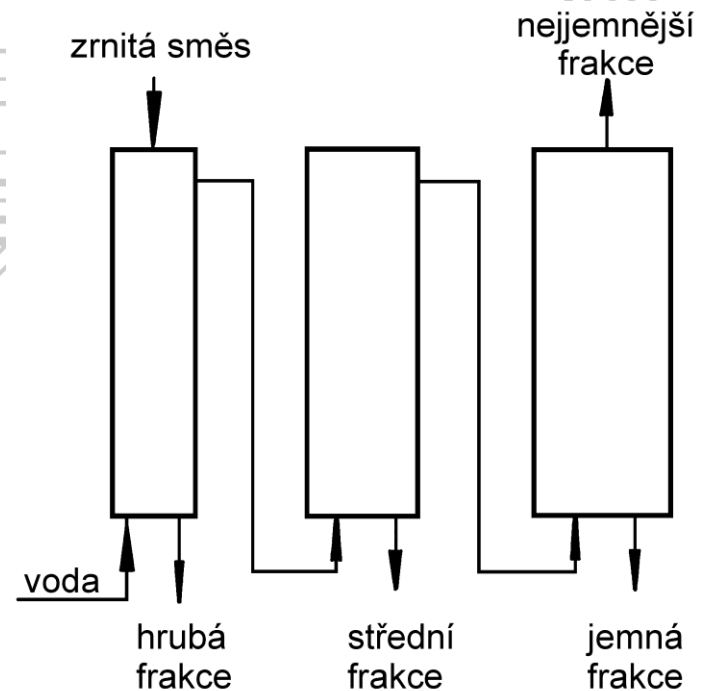
Figure 22.5. Schematic representation of a Spitzkasten.

Prolévka



*a* – přívod suspenze, *b* – otvory,  
*c* – vstup třídící kapaliny

Elutriátory – hydraulické třídiče částic



# Základy hydraulického rozdělování

Uvažujme suspenzi se zrna dvojího materiálu o hustotách  $\rho_{s1}$  a  $\rho_{s2}$  a sledujme, kdy budou tato různá zrna klesat stejnými rychlostmi, čili, kdy:

$$u_1 = u_2$$

**Newtonova oblast:**

$$D_1(\rho_{s1} - \rho) = D_2(\rho_{s2} - \rho)$$

**přechodová oblast:**

$$D_1^{1,6}(\rho_{s1} - \rho) = D_2^{1,6}(\rho_{s2} - \rho)$$

**Stokesova oblast:**

$$D_1^2(\rho_{s1} - \rho) = D_2^2(\rho_{s2} - \rho)$$

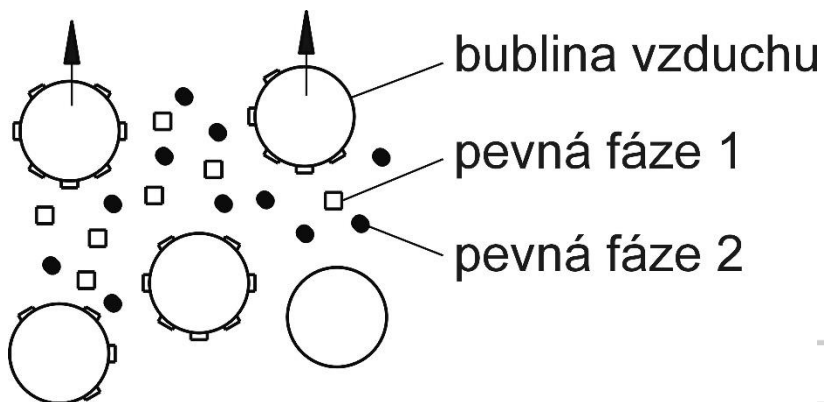
Tyto vztahy, které označujeme jako **rovnice soupádnosti**, udávají závislost mezi průměry zrn různých materiálů, které se usazují stejně rychle. Tato zrna označujeme jako **soupádná**.

Např. máme-li směs křemenných zrn o hustotě  $2600 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a zrn galenitových o hustotě  $7400 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , budou ve vodě (o hustotě  $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) s křemennými zrna o velikosti 2 mm soupádná zrna galenitová o velikosti

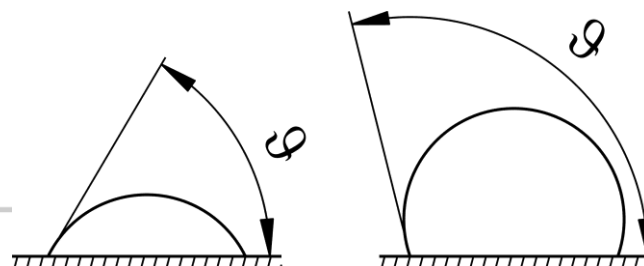
$$D_2 = D_1 \frac{\rho_{s1} - \rho}{\rho_{s2} - \rho} = 2 \frac{2,6 - 1}{7,4 - 1} = 0,5 \text{ mm}$$

# Flotace

## Princip flotace



Styčný úhel mezi kapalinou a pevnou látkou



<b>Pevná látka</b>	<b>Styčný úhel</b>	<b>Flotovatelnost</b>
Břidlice	11 ÷ 13°	5 ÷ 6 %
Křemen	55 ÷ 58°	78 ÷ 79 %
Pískovec	0°	1 %
Pyrit	58 ÷ 73°	89 ÷ 92 %
Vápenec	45°	11 ÷ 56 %
Galenit	70 ÷ 75°	90 %

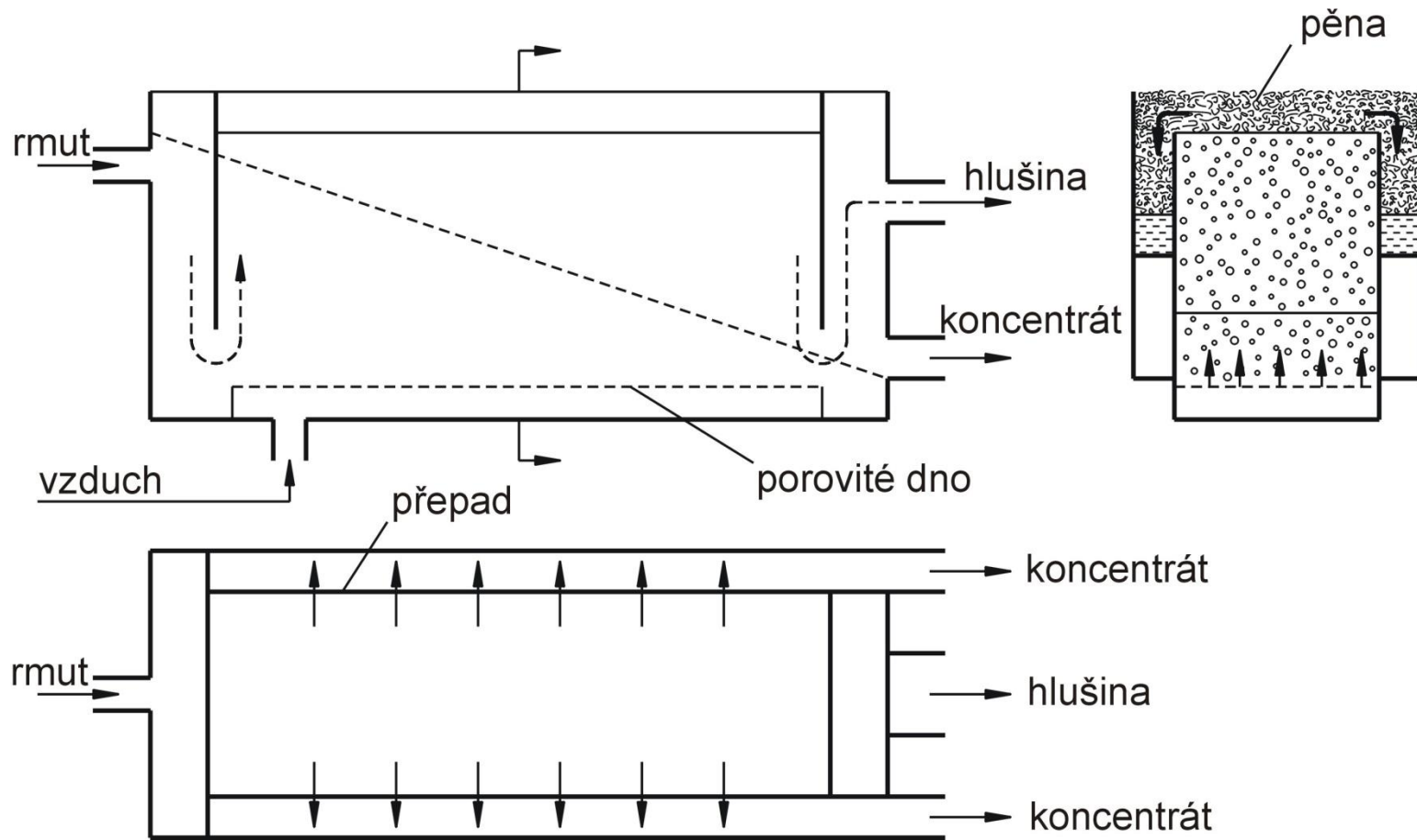
# Flotační aparáty

Podle toho jakým způsobem se ve flotátoru vytvářejí bubliny plynu je možno flotaci rozdělit do těchto skupin:

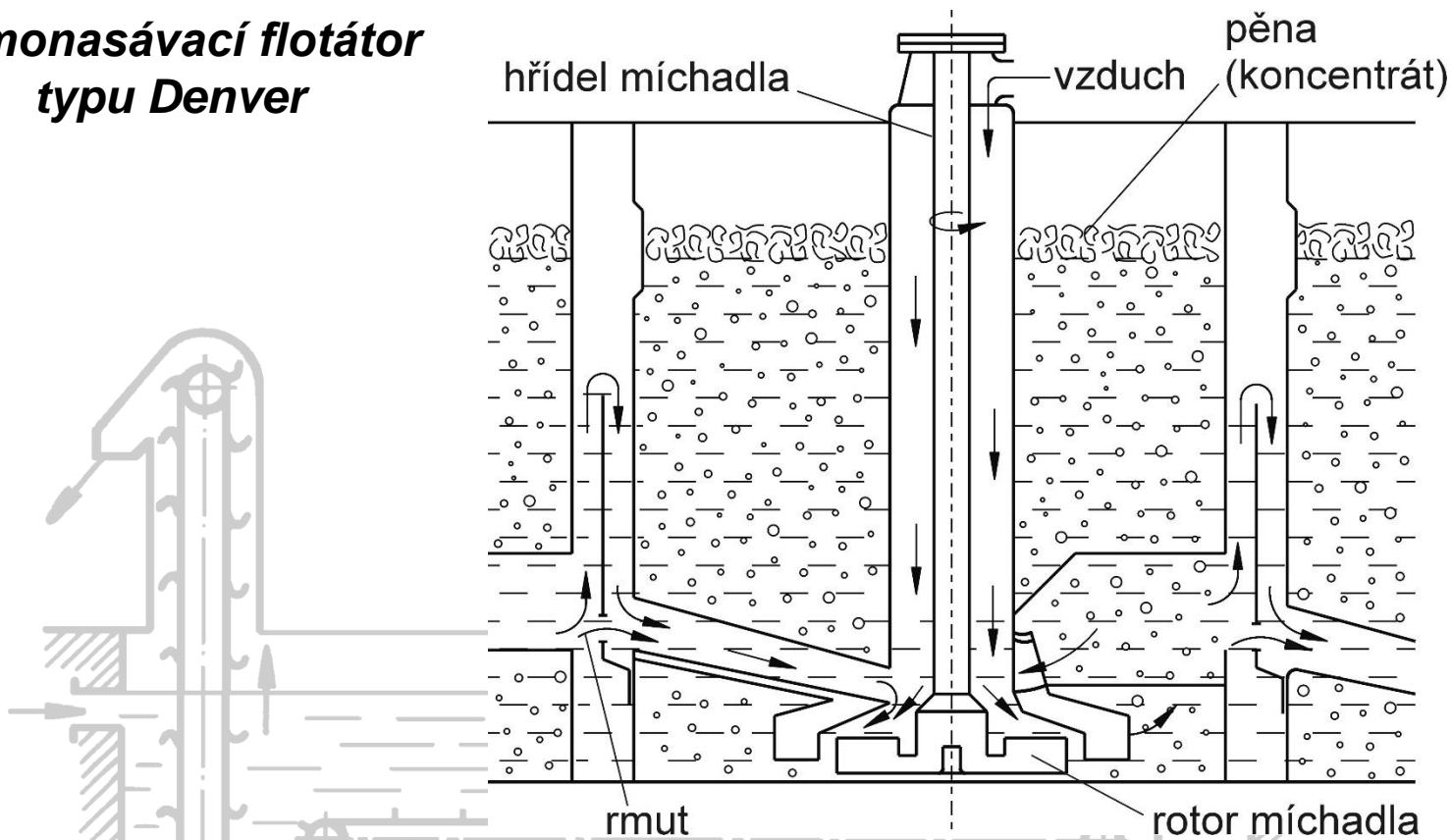
- **flotátory vakuové.** Bubliny vznikají snížením tlaku nad hladinou rmutu pod 0,1 MPa. Tím se v kapalně fázi uvolňují bublinky rozpuštěných plynů, které stoupají vzhůru a unášejí dispergovanou fázi nad kapalinu. Používají se jen výjimečně.
- **flotátory tlakové.** Nasycení kapaliny vzduchem se docílí zvýšením tlaku. Po jeho snížení dojde k tvorbě bublin. Tlaková flotace je účinnější než vakuová. Používá se u některých zařízení na čištění odpadních vod.
- **flotátory pneumatické.** Přivádí se do nich tlakový vzduch, který je rozptylován porézní vestavbou umístěnou u dna flotátoru.
- **samonasávací beztlakové flotátory s mechanickými míchadly.** Využívá se podtlak, který vzniká za speciálně tvarovanými míchadly a trubkovým hřídelem je nasáván atmosférický vzduch a dispergován do suspenze.
- **flotátory kombinované s mechanickým mícháním a samostatným přívodem vzduchu pod rotační míchadlo.**
- **elektrolytická flotace.** U dna flotátoru jsou umístěny plošné elektrody napojené na zdroj stejnosměrného proudu. Elektrolýzou se vytvářejí bublinky vodíku a kyslíku, které unášejí dispergované částice na hladinu a vzniklá pěna je shrnována přes přepad k dalšímu zpracování. Při aplikaci na čištění některých odpadních vod může vznikající kyslík přispívat k odbourávání organických nečistot.



# Pneumatický žlabový flotátor



# Samonasávací flotátor typu Denver



# Kombinovaný flotátor

